

DESCRIÇÃO GEOMÉTRICA, CINEMÁTICA E DE ESFORÇOS PARA TAREFAS DE MANIPULAÇÃO USANDO QUATÉRNIOS DUAIS

ERNESTO PABLO LANA*, BRUNO VILHENA ADORNO*, CARLOS ANDREY MAIA*

*Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)
Av. Antônio Carlos 6627, Belo Horizonte, MG 31270-010 Brasil

Emails: netolana@ufmg.br, adorno@ufmg.br, maia@cpdee.ufmg.br

Resumo— Este artigo apresenta a definição de um grupo algébrico que permite a descrição de tarefas por meio de velocidades angulares, velocidades lineares, forças e momentos. Este grupo em conjunto com a um método para descrição de tarefas, ampliam o formalismo de descrição de tarefas (*task frame formalism*) originalmente introduzido por Matthew Mason na década de 70 e aprimorado nas décadas seguintes. O formalismo proposto neste artigo é suficiente para descrever a cinemática de primeira ordem e esforços envolvidos em tarefas de manipulação. O formalismo é baseado no uso de quatérnios duais que permitem representar poses, velocidades lineares e angulares, forças e momentos, seus respectivos pontos de aplicação e transformações de sistemas de coordenadas. Um exemplo de abertura de uma válvula mostra o uso do formalismo desenvolvido, a facilidade das definições e a unificação de notação e conceitos em relação à descrição geométrica, cinemática e de esforços em tarefas de manipulação.

Palavras-chave— Tarefas de manipulação, TFF, quatérnios duais, heligiros, heliforças.

Abstract— This paper introduces the definition of an algebraic group that allows the description of tasks by means of linear and angular velocities (twists), and forces and moments (wrenches). This group along with a method to describe tasks extend the task frame formalism, originally introduced by Matthew Mason in the 70's and which was refined since then. Our formalism is enough to completely describe the first order kinematics and efforts involved in manipulation tasks. Also, it is based on dual quaternions, allowing the representation of poses, twists, wrenches, points of application, and coordinate frame transformations. An example of opening a valve shows the properties of our formalism and highlights the ease to define tasks, as well as the unification of notation and concepts regarding the descriptions of geometry, kinematics and efforts in manipulation tasks.

Keywords— Manipulation tasks, TFF, dual quaternions, twists, wrenches.

1 Introdução

A possibilidade de aplicação em um grande número de áreas faz com que a robótica se torne potencialmente em uma tecnologia de grande impacto no desenvolvimento da sociedade. Para aumentar o intercâmbio de ideias e conhecimento, a velocidade e capacidade dos desenvolvimentos na área e conseqüentemente o impacto da robótica, é necessário o estudo de aspectos como a unificação de suas definições, conceitos e descrições (Haidegger et al., 2013; Laet et al., 2013b).

Mason (1978) foi um dos pioneiros ao propor descrições gerais para tarefas em sistemas robóticos, integrando condições geométricas e de esforços no seu formalismo. A simplicidade do seu formalismo para descrição de tarefas (TFF, *task frame formalism*) permitiu ampliar a capacidade dos projetistas para descrever tarefas de forma intuitiva. Desenvolvimentos posteriores têm aprimorado e ampliado o escopo do TFF. Bruyninckx & De Schutter (1996) formalizaram o TFF e deram exemplos de descrições de tarefas que envolvem movimento e esforços. Diankov (2010) propôs um formalismo com várias primitivas e algoritmos para a descrição de tarefas usando manipuladores robóticos. Dantam & Stilman (2013) propuseram uma gramática para a descrição semântica de movimentos com o objetivo de realizar tarefas usando robôs. Por outro lado, trabalhos como os

de Basile et al. (2012) e Adorno et al. (2010; 2011; 2012) propõem descrições e estratégias de controle com vários robôs colaborando na execução de tarefas. Além disso, os componentes de controle e sua distribuição dinâmica é tema de interesse em um projeto na Alemanha para o estudo de mecanismos com cadeias cinemáticas fechadas (Dietrich et al., 2013). Finalmente, em 2013, vários artigos apontaram a importância da unificação de definições, descrições e conceitos em robótica (Haidegger et al., 2013; Laet et al., 2013b,a).

Os trabalhos supramencionados são só alguns exemplos de pesquisa cujo objetivo é disponibilizar métodos sistemáticos e unificados para a modelagem, descrição, planejamento e controle de tarefas realizadas por robôs.

Seguindo essa linha de pesquisa, este artigo apresenta o desenvolvimento de um formalismo baseado no TFF. Este desenvolvimento consiste na criação de um novo grupo algébrico, baseado na álgebra de quatérnios duais, que permite descrever tarefas por meio de velocidades lineares, velocidades angulares, forças e momentos. Além disso, o artigo explora transformações e propriedades úteis para essas descrições.

A motivação de se utilizar quatérnios duais baseia-se no fato deles serem capazes de representar componentes lineares e rotacionais em expressões compactas e com propriedades de grupo (i.e., associatividade, fechamento sob operações,

elemento neutro, elemento inverso) (Wang et al., 2012; Wang & Zhu, 2013). Além disso, os quatérnios duais tem sido usados em estratégias de planejamento e controle que não precisam de parametrização adicional (Han et al., 2008; Pham et al., 2010; Adorno, 2012; Adorno et al., 2011; Wang & Yu, 2011; Figueredo et al., 2013).

O artigo é organizado da seguinte forma: A seção 2 apresenta o fundamento matemático utilizado no artigo. Na seção 3 um novo grupo algébrico para a descrição de tarefas é introduzido. Assim, usando as propriedades e definições dos quatérnios duais apresentados na seção 2 junto com a definição do grupo algébrico para descrever tarefas, na seção 4 é apresentado um método para descrever tarefas em sistemas robóticos. Nessa seção é também derivada uma relação para obter uma pose a partir de velocidades constantes e uma pose inicial, o que ajuda na descrição de tarefas. Na seção 5 o formalismo proposto é aplicado para descrever uma tarefa de abertura de uma válvula. Finalmente, o artigo encerra com uma discussão em torno ao formalismo e desenvolvimentos futuros.

2 Fundamentos Matemáticos

2.1 Pose de um corpo rígido

A orientação de corpos rígidos pode ser feita por meio de quatérnios. O quatérnio de orientação é definido por

$$r = \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\phi}{2}\right)n, \quad (1)$$

que representa uma rotação ϕ em torno do eixo de rotação $n = \hat{i}n_x + \hat{j}n_y + \hat{k}n_z$, que corresponde a um vetor tridimensional de norma unitária. As unidades imaginárias \hat{i} , \hat{j} e \hat{k} obedecem $\hat{i}^2 = \hat{j}^2 = \hat{k}^2 = \hat{i}\hat{j}\hat{k} = -1$ (Kuipers, 2002).

Os quatérnios duais, dados pelo conjunto \mathcal{H} , generalizam os quatérnios, permitindo a representação de poses por meio da expressão

$$\underline{x} = r + \frac{1}{2}\varepsilon pr, \quad (2)$$

onde $p = \hat{i}p_x + \hat{j}p_y + \hat{k}p_z$ é a posição do corpo rígido representada pelas suas componentes nos eixos x , y e z , respectivamente; r a sua orientação da forma da equação (1) e ε a unidade dual que obedece $\varepsilon \neq 0$, $\varepsilon^2 = 0$ (Selig, 2005).

O quatérnio dual da equação (2) é de norma unitária e seu inverso é dado pela sua conjugada \underline{x}^* (dada pela inversão do sinal dos seus elementos imaginários)

$$\begin{aligned} \underline{x}^* &= r^* + \frac{1}{2}\varepsilon r^* p^*, \\ r^* &= \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\phi}{2}\right)n, \\ p^* &= -p. \end{aligned} \quad (3)$$

Além da pose de um corpo rígido, os quatérnios duais unitários (de norma unitária) permitem a representação de sistemas de coordenadas. Neste artigo é utilizada a notação $\underline{x}_{\mathcal{F}}^{\mathcal{B}}$ para indicar o quatérnio dual (símbolo com a sublinha) \mathcal{F} no sistema de referência \mathcal{B} .

2.2 Mapeamento exponencial

O mapeamento exponencial é uma transformação do espaço dado por quatérnios duais puros (i.e., com parte real nula) para o espaço dos quatérnios duais unitários que representam poses. O mapeamento exponencial para um quatérnio dual puro \underline{a} é definido por

$$\begin{aligned} \exp(\underline{a}) &= \mathcal{P}(\exp(\underline{a})) + \varepsilon \mathcal{D}(\underline{a}) \mathcal{P}(\exp(\underline{a})) \\ \mathcal{P}(\exp(\underline{a})) &= \begin{cases} \cos \|\mathcal{P}(\underline{a})\| + \frac{\sin \|\mathcal{P}(\underline{a})\|}{\|\mathcal{P}(\underline{a})\|} \mathcal{P}(\underline{a}), & \text{se } \|\mathcal{P}(\underline{a})\| \neq 0 \\ 1, & \text{se } \|\mathcal{P}(\underline{a})\| = 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

sendo $\mathcal{P}(\cdot)$ a parte primária (a parte que não é multiplicada pela unidade dual ε), $\mathcal{D}(\cdot)$ a parte dual (a parte que é multiplicada pela unidade dual ε), e $\|\cdot\|$ indica a norma do argumento (Adorno, 2011).

Por outro lado, o logaritmo, a operação inversa do mapeamento exponencial, é dado por

$$\log(\underline{x}) = \frac{\phi n}{2} + \varepsilon \frac{p}{2}, \quad (5)$$

onde \underline{x} é um quatérnio dual da forma da equação (2) (Adorno, 2011; Wang et al., 2012).

Finalmente, a exponenciação de um quatérnio dual \underline{x} é dada por (Adorno, 2012)

$$\underline{x}^{\{k\}} = \exp(k \log(\underline{x})). \quad (6)$$

2.3 Velocidades lineares e angulares: Os heligiros

Os quatérnios duais fornecem além de poses e sistemas de coordenadas, a possibilidade de descrever velocidades lineares e angulares em um espaço tridimensional. O conjunto de velocidades linear e angular, descrito em relação a um sistema de coordenadas \mathcal{F} é expresso pelo quatérnio dual puro

$$\underline{\xi}^{\mathcal{F}} = \omega^{\mathcal{F}} + \varepsilon v^{\mathcal{F}}, \quad (7)$$

que representa um heligiro com $\omega^{\mathcal{F}} = \hat{i}\omega_x + \hat{j}\omega_y + \hat{k}\omega_z$ e $v^{\mathcal{F}} = \hat{i}v_x + \hat{j}v_y + \hat{k}v_z$ sendo quatérnios puros que representam a velocidade angular e linear, respectivamente, nos eixos x , y e z com respeito a \mathcal{F} (Adorno, 2011). Os heligiros são funções que podem variar ao longo do tempo e permitem definir trajetórias.

2.4 Forças e momentos: As heliforças

Assim como as velocidades lineares e angulares, que compõem heligiros, podem ser representadas por meio de quatérnios duais, a força e momento podem ser representados com uma expressão análoga à da equação (7), ou seja,

$$\underline{f}^{\mathcal{F}} = m^{\mathcal{F}} + \varepsilon f^{\mathcal{F}}, \quad (8)$$

sendo $\underline{f}^{\mathcal{F}}$ a heliforça relacionada ao sistema de coordenadas \mathcal{F} , $m^{\mathcal{F}} = \hat{m}m_x + \hat{j}m_y + \hat{k}m_z$ o momento e $f^{\mathcal{F}} = \hat{i}f_x + \hat{j}f_y + \hat{k}f_z$ a força linear nos seus respectivos eixos (Adorno, 2011).

2.5 A ação adjunta

A ação adjunta em quatérnios duais é definida pela operação de conjugação de grupo (Selig, 2005)

$$\text{Ad}(\underline{x})\underline{a} \triangleq \underline{x}\underline{a}\underline{x}^{-1}. \quad (9)$$

No caso de heligiros e heliforças, a ação adjunta permite expressá-los em diferentes sistemas de coordenadas mediante a relação

$$\underline{a}^{\mathcal{B}} = \text{Ad}(\underline{x}_{\mathcal{F}}^{\mathcal{B}})\underline{a}^{\mathcal{F}}, \quad (10)$$

com $\underline{a}^{\mathcal{F}}$ sendo o heligiro ou heliforça expresso no sistema de coordenadas \mathcal{F} e $\underline{x}_{\mathcal{F}}^{\mathcal{B}}$ o quatérnio dual unitário que representa a transformação do sistema de coordenadas \mathcal{B} ao sistema de coordenadas \mathcal{F} .

3 O grupo algébrico das tarefas

Esta seção introduz o grupo algébrico das tarefas. Dada a possibilidade de descrever heligiros e heliforças por meio de quatérnios duais, é possível a construção de um novo grupo algébrico. Esse grupo corresponde à base para descrever tarefas por movimentos e esforços. O grupo das tarefas \mathcal{T} é definido pelo conjunto

$$\mathcal{T} \triangleq \{ \tau = (\underline{\xi}, \underline{f}) \mid \tau \in \mathcal{H}^2; \text{Re}(\underline{\xi}) = \text{Re}(\underline{f}) = 0 \},$$

sendo cada elemento do grupo uma dupla de heligiro $\underline{\xi}$ e heliforça \underline{f} , dados pelas equações (7) e (8), respectivamente. A operação do grupo é a adição, definida para dois elementos $\tau_1, \tau_2 \in \mathcal{T}$ como

$$\tau_1 + \tau_2 \triangleq (\underline{\xi}_1 + \underline{\xi}_2, \underline{f}_1 + \underline{f}_2) = \tau_2 + \tau_1,$$

com identidade $e \in \mathcal{T}$

$$e \triangleq (0, 0),$$

e inversa do elemento τ dada por

$$-\tau \triangleq (-\underline{\xi}, -\underline{f}) = (\underline{\xi}^*, \underline{f}^*).$$

Uma característica especial dos elementos de \mathcal{T} , não incluída na sua definição de grupo mas que

é necessária para descrever apropriadamente uma tarefa, é que tanto o heligiro $\underline{\xi}$ como a heliforça \underline{f} devem ser expressos em relação ao mesmo sistema de coordenadas. Para isso, a ação adjunta apresentada na equação (9) é definida para a tarefa $\tau^{\mathcal{F}}$ por

$$\tau^{\mathcal{B}} = \text{Ad}(\underline{x}_{\mathcal{F}}^{\mathcal{B}})\tau^{\mathcal{F}} \triangleq \left(\text{Ad}(\underline{x}_{\mathcal{F}}^{\mathcal{B}})\underline{\xi}^{\mathcal{F}}, \text{Ad}(\underline{x}_{\mathcal{F}}^{\mathcal{B}})\underline{f}^{\mathcal{F}} \right), \quad (11)$$

que expressa os heligiros e as heliforças como sendo aplicados no sistema de coordenadas \mathcal{B} .

4 Descrição de tarefas

Segundo o TFF proposto inicialmente por Mason (1978), uma tarefa pode ser descrita por meio das componentes de heligiros e heliforça. Além disso, essas componentes são independentes entre elas. Por exemplo, se para uma tarefa é definida a velocidade ao longo do eixo x no seu sistema de coordenadas, a componente de força nesse eixo é desconsiderada, assumindo-se atrito nulo. Nesse sentido, o TFF permite o planejamento da tarefa e o projeto de controladores desacoplados para movimento e contato.

Com o grupo das tarefas \mathcal{T} e a ação adjunta é possível descrever tarefas de manipulação de uma maneira completa e sistemática. Assim, o primeiro passo na descrição de tarefas sob o formalismo proposto consiste na segmentação das tarefas e determinação de condições de transição, para depois definir os elementos τ da tarefa que serão utilizados na sua execução.

4.1 Geração de trajetórias em pose por meio de heligiros

Na subseção 2.2 foi mostrado que o mapeamento exponencial nos quatérnios duais permite a transformação de quatérnios duais puros para o espaço dos quatérnios duais unitários que representam poses. Sendo assim, é possível obter uma pose final a partir da descrição de um heligiro constante e uma pose inicial.

Proposição 1. Dada uma pose inicial representada pelo quatérnio dual \underline{x}_0 , na qual se aplica um heligiro constante $\underline{\xi}^{\mathcal{F}}$, pode-se determinar a pose \underline{x}_f em um instante final t_f pela relação

$$\underline{x}_f = \underline{x}(t_f) = \exp\left(\frac{1}{2}t_f\underline{\xi}^{\mathcal{F}}\right)\underline{x}_0. \quad (12)$$

Demonstração. Seja

$$\underline{x}(t) = (\underline{x}_{\xi}^{\mathcal{F}})^{\{t/t_f\}}\underline{x}_0, \quad (13)$$

com $\underline{x}_{\xi}^{\mathcal{F}} = \underline{x}_f\underline{x}_0^*$, para $t \in [0, t_f]$ (Adorno, 2012). Com a operação de exponenciação definida pela

equação (6), tem-se que

$$\begin{aligned} \exp\left(\frac{t}{t_f} \log \underline{x}_\xi^{\mathcal{F}}\right) &= \exp\left(\frac{t}{t_f} (\phi_\xi n_\xi^{\mathcal{F}} + \varepsilon p_\xi^{\mathcal{F}}) \frac{1}{2}\right) \\ &= \exp\left(\frac{t}{2} \left(\frac{\phi_\xi}{t_f} n_\xi^{\mathcal{F}} + \varepsilon \frac{p_\xi^{\mathcal{F}}}{t_f}\right)\right) \\ &= \exp\left(\frac{t}{2} (\omega_\xi^{\mathcal{F}} + \varepsilon v_\xi^{\mathcal{F}})\right) \\ &= \exp\left(\frac{t}{2} \underline{\xi}^{\mathcal{F}}\right). \end{aligned} \quad (14)$$

Substituindo-se (14) em (13) e assumindo-se $t = t_f$, tem-se que

$$\begin{aligned} \underline{x}(t_f) &= (\underline{x}_\xi^{\mathcal{F}})^{\{t_f/t_f\}} \underline{x}_0 \\ &= \exp\left(\frac{t_f}{t_f} \log \underline{x}_\xi^{\mathcal{F}}\right) \underline{x}_0 = \exp\left(\frac{t_f}{2} \underline{\xi}^{\mathcal{F}}\right) \underline{x}_0. \end{aligned}$$

□

Existem casos nos quais a tarefa é descrita como uma dupla de pose inicial \underline{x}_0 e pose final \underline{x}_f . Para obter uma descrição do heligiro associado com essa dupla, pode-se realizar o mapeamento inverso de (12), ou seja:

$$\underline{\xi} = 2 \frac{\log(\underline{x}_f \underline{x}_0^*)}{t_f},$$

sendo t_f o tempo final no qual se espera alcançar a pose final.

5 Aplicação e simulações

Nesta seção é aplicado o formalismo proposto para descrever uma tarefa de abertura de uma válvula¹. Supondo que se tem disponível um robô manipulador, deseja-se descrever a tarefa de abrir uma válvula com diâmetro de 0.5m. Assume-se que o robô já tenha alcançado e pegado a válvula, restando realizar a sequência de movimentos para abri-la.

5.1 Segmentação da tarefa

Neste exemplo, considera-se que o efetuador do manipulador alcançou uma pose desejada e está segurando a válvula. Além disso, para abrir a válvula deve-se realizar uma rotação no sentido anti-horário. Um laço de subtarefas descreve a tarefa completa, como mostrado no diagrama da figura 1.

Dentro do formalismo proposto, cada subtarefa é descrita por um $\tau_k \in \mathcal{T}$ junto com uma condição de transição s_k , para $k = 0, 1, \dots, m$ subtarefas.

A subtarefa τ_1 consiste em girar a válvula no sentido anti-horário. A condição de transição s_1

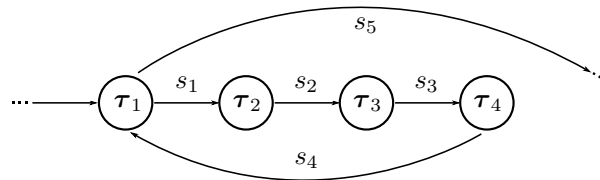


Figura 1: Diagrama das subtarefas para abrir a válvula.

é a pose desejada, ou seja, a pose do manipulador após ter girado a válvula.

Para a subtarefa τ_2 , o efetuador deve soltar a válvula para o manipulador se afastar em direção paralela ao eixo de rotação da válvula. A condição de transição s_2 é a pose desejada do efetuador após se afastar o suficiente da válvula.

A subtarefa τ_3 consiste em girar no sentido horário para alcançar uma pose alinhada com a de τ_1 , porém com o deslocamento paralelo ao eixo z_T provocado por τ_2 . A condição de transição s_3 corresponde a uma pose desejada para o efetuador.

A subtarefa τ_4 aproxima o manipulador da válvula para que o efetuador possa segurá-la novamente. A condição de transição s_4 corresponde à pose do efetuador que permita segurar a válvula. Com a válvula segurada, executa-se um novo laço começando em τ_1 . Finalmente, a condição de transição s_5 que determina a finalização da tarefa é expressa por um limiar de momento em torno do eixo de rotação da válvula, indicando que se encontra totalmente aberta.

5.2 Primitivas da tarefa

Várias primitivas são necessárias para a descrição da tarefa, como apresentado na figura 2. Os heligiros e heliforças são descritos no sistema de referência da tarefa \mathcal{F}_T , localizado na válvula e cujo eixo z_T corresponde ao seu eixo de rotação, enquanto que os eixos x_T e y_T se encontram no plano formado pela circunferência da válvula, que é o plano onde o efetuador do robô se movimenta. As duplas da tarefa τ_i^T para $i = 1, \dots, 4$ correspondem às subtarefas descritas nesse sistema de coordenadas.

As outras primitivas necessárias para descrever a tarefa incluem os sistemas de coordenadas \mathcal{F}_E localizado no efetuador, determinado pelo modelo cinemático direto do robô. As relações do sistema de coordenadas do efetuador para a tarefa \underline{x}_E^T e da tarefa para a base do robô \underline{x}_T^R devem ser conhecidas. Com essas primitivas e as descrições da próxima subseção, um controlador cinemático subjacente pode executar a tarefa. Porém, essa execução da tarefa não é abordada neste artigo.

¹Tarefa da competição "Darpa Robotics Challenge". <http://www.theroboticschallenge.org/>

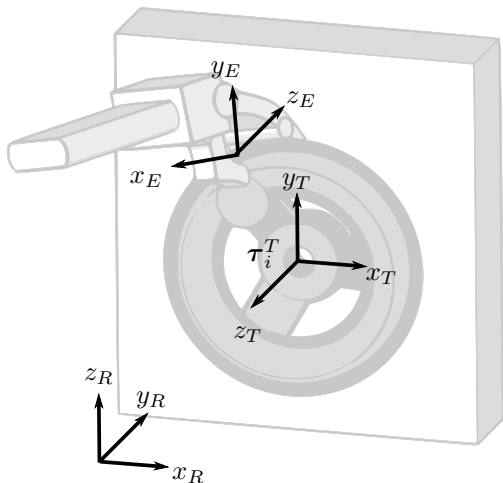


Figura 2: Primitivas e sistemas de referência da tarefa.

5.3 Heligiros e heliforças da tarefa

Com as primitivas da tarefa definidas, o próximo passo é descrever as subtarefas mediante as duplas do grupo das tarefas \mathcal{T} no sistema de referência \mathcal{F}_T . Por conveniência na apresentação, as unidades dos heligiros e heliforças são omitidas, considerando que sempre serão usadas as unidades do SI.

A dupla que descreve a primeira sub tarefa $\tau_1^T = (\xi_1^T, 0)$ e permite girar e abrir a válvula, é definida por uma rotação de 60° em torno do eixo z , $\xi_1^T = \hat{k}(\pi/5)$. A dupla que descreve a segunda sub tarefa $\tau_2^T = (\xi_2^T, 0)$ e permite aos braços se afastarem 0.2m da válvula, é definida por $\xi_2^T = \varepsilon \hat{k}0.2$. A dupla que descreve a terceira sub tarefa $\tau_3^T = -\tau_1^T$ gira os efetuadores à pose inicial, mas com o deslocamento de 0.2m dado pela sub tarefa τ_2^T . Finalmente, a dupla que descreve a quarta sub tarefa $\tau_4^T = -\tau_2^T$ permite aos efetuadores chegar na pose inicial e pegar a válvula, para uma nova execução da sequência de subtarefas até abrir completamente a válvula.

5.4 Simulação

Os resultados da simulação da tarefa descrita nesta seção são apresentados a seguir. Os valores de todos os componentes que descrevem a tarefa foram determinados de forma que sejam realistas e coerentes com uma aplicação envolvendo um robô real, como descrito na seção 5.3.

O sistema de coordenadas do robô \mathcal{F}_R foi colocado a uma distância de 0.5m do sistema de coordenadas da válvula nos eixos y_R e z_R . Todos os resultados são apresentados em relação a \mathcal{F}_R . A pose inicial do efetuador é

$$\underline{x}_E^R = r_E^R + \frac{1}{2}\varepsilon p_E^R r_E^R,$$

com

$$\begin{aligned} r_E^R &= \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)n_D^R, \\ n_D^R &= (-\hat{i}0.12 - \hat{j}0.70 - \hat{k}0.72), \\ p_E^R &= -\hat{i}0.13 + \hat{j}0.50 + \hat{k}0.72. \end{aligned}$$

A primeira sub tarefa τ_1^T e terceira sub tarefa τ_3^T requerem a geração de um movimento circular no efetuador. Ao aplicar o giro em torno da válvula no sistema de coordenadas da tarefa, obtém-se a relação da pose ao longo do tempo

$$\underline{x}_{E,i}^R(t) = \underline{x}_T^R \exp\left(\frac{1}{2}t\xi_i^T\right)\underline{x}_{E,i}^T, \quad (15)$$

onde o subscrito i refere-se à sub tarefa sendo executada e $\underline{x}_{E,i}^T$ é a pose inicial, que depende da sub tarefa anterior, para cada sub tarefa em relação ao sistema de coordenadas da tarefa.

As figuras 3a, 3b, 3c e 3d apresentam várias vistas de poses geradas pela relação da equação (15) para a descrição total da tarefa, ou seja, as quatro subtarefas necessárias para descrever a abertura da válvula. Os eixos dos sistemas de coordenadas dos efetuadores foram marcados nas poses iniciais. Os eixos dos sistemas de coordenadas da tarefa e do robô são também mostrados.

A partir das poses iniciais do efetuador segue-se a sequência: (1) girar válvula no sentido anti-horário; (2) liberar a válvula e afastar o efetuador; (3) girar o efetuador em sentido horário; e (4) se aproximar da válvula para segurá-la e continuar a sua abertura.

As condições de transição $s_{E,i}$ com $i = 1, \dots, 4$ para o efetuador e todas as subtarefas são dadas pelas poses obtidas após um tempo no qual os respectivos heligiros foram aplicados. Assim, tem-se as poses desejadas para cada sub tarefa dadas pela equação (15) para $t = t_f$, e apresentadas na figura 4. Os tempos de aplicação dos heligiros são de dois segundos para a primeira e terceira sub tarefa, e de um segundo para a segunda e quarta sub tarefa.

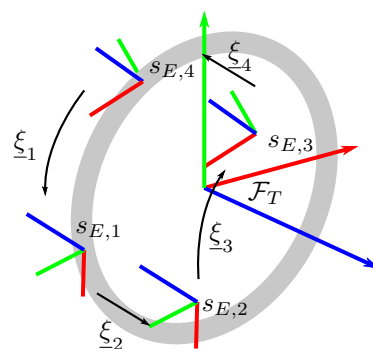


Figura 4: Condições de transição da tarefa.

Por outro lado, a condição s_5 para a finalização da tarefa é dada por um limiar de heliforça.

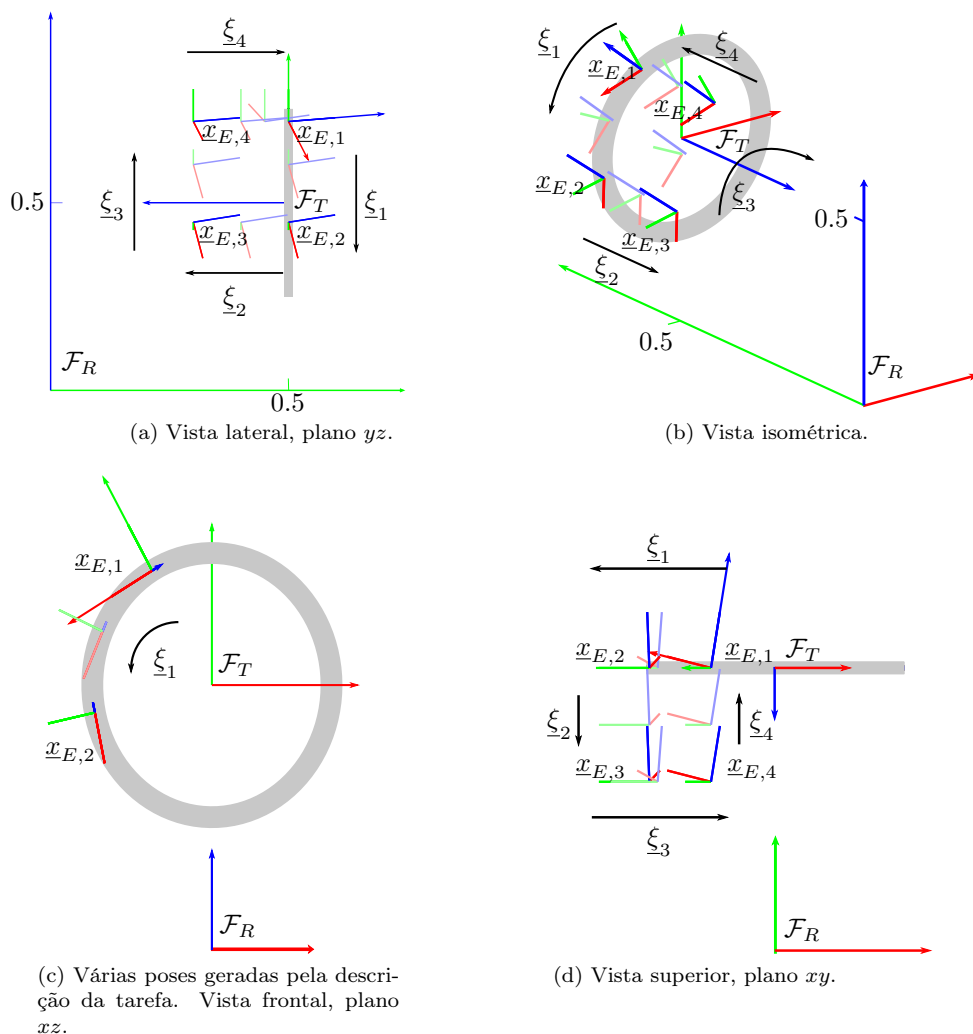


Figura 3: Várias poses geradas pela descrição da tarefa. As poses marcadas correspondem a poses no instante $t = 0$. Os eixos x , y , e z estão indicados por linhas vermelhas, verdes, e azuis, respectivamente.

Essa heliforça, gerada por um momento em torno do eixo de rotação da válvula, é expressa por meio da relação

$$s_{E,5} = Ad(\underline{x}_T^E) (\hat{k}m_z).$$

A figura 5 apresenta vários valores das heliforças no efetador para várias poses da primeira subtarefa. Pode-se ver na figura que as magnitudes das heliforças são constantes para qualquer pose, e o que varia é a direção e ponto de aplicação. O eixo de aplicação dos momentos está sempre paralelo ao eixo de rotação z_T da válvula, como esperado.

Finalmente, nota-se que para fechar a válvula a sequência de subtarefas é $-\tau_1^T, \tau_2^T, -\tau_3^T, \tau_4^T$. Assim, obtém-se um par de descrições para abrir e fechar a válvula, utilizando-se para este fim as propriedades algébricas do grupo das tarefas \mathcal{T} .

6 Discussão e conclusões

Neste artigo foi apresentado um formalismo para descrever a geometria, cinemática de primeira ordem e esforços em tarefas de manipulação. Para isso, um novo grupo algébrico foi proposto, que permite a descrição de heligiros e heliforças de maneira unificada. Um exemplo numérico foi utilizado para ilustrar o uso das propriedades algébricas e operações que permitem a descrição de tarefas de manipulação. Mais especificamente, foi mostrado como a segmentação, sequenciamento e condições de transição para tarefas podem ser definidas dentro do formalismo proposto.

O formalismo apresentado é suficientemente geral para descrever tarefas em termos de cinemática de primeira ordem e esforços. No entanto, alguns aspectos para a execução da tarefa não são explicitamente considerados. Por exemplo, às vezes é desejado desconsiderar alguns dos seis parâmetros que definem os heligiros ou as heliforças, porque não são de interesse na execução da tarefa.

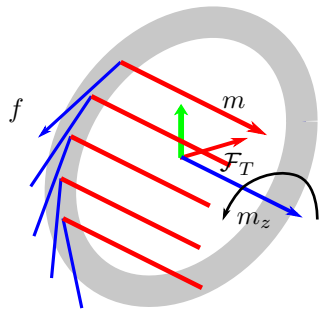


Figura 5: Descrição do limiar de heliforça correspondente à condição de transição s_5 em várias poses. As linhas em vermelho do momento representam o vetor ao redor do qual o momento é descrito, e o comprimento da linha representa a sua magnitude.

Os controladores subjacentes devem considerar esses aspectos e serem projetados para obedecer tais especificações.

Por outro lado, contrário ao grupo que descreve as tarefas, as condições de transição não possuem propriedades algébricas definidas dentro do formalismo pois podem ser descritas por métricas de diferente natureza, dependendo da aplicação. Métodos mais formais para a definição das transições deverão ser investigados em trabalhos futuros.

Além disso, a descrição de tarefas apresentada não inclui aspectos relacionados com a pegada (*grasping*), ou seja, a forma com a qual os objetos são segurados por um efetuador. Contudo, assume-se que a pegada está resolvida e a sua descrição, seja qual for, pode ser incluída como uma sub tarefa com a correspondente condição de transição, adicionando assim um novo nó ao diagrama da tarefa.

Dado que o formalismo proposto considera todos os tipos de movimentos (heligiros) e contatos (heliforças) em um espaço tridimensional, ele pode ser potencialmente utilizado para casos mais específicos como, por exemplo, a navegação de veículos aéreos, terrestres, tarefas de robôs manipuladores com menos de seis graus de liberdade, etc. Além disso, podem-se incluir restrições não-holonômicas diretamente na descrição do heligiros. Todos esses casos serão estudados e investigados em trabalhos futuros.

A construção utilizando subtarefas e condições de transição permite a modelagem de tarefas no contexto de sistemas a eventos discretos. A composição da dupla da tarefa com a correspondente condição de transição permitirá, em desenvolvimentos futuros, a descrição de tarefas por meio de, por exemplo, redes de Petri, autômatos ou álgebra max-plus (Chao & Thomaz, 2012; Zeng & Di Natale, 2013). Com a abstração fornecida pelas descrições de subtarefas, tem-se disponível um formalismo que abrange a execução de tarefas

completas e as primitivas geométricas e de força que podem servir como referência para controladores de mais baixo nível (Adorno et al., 2010; Wang & Yu, 2011; Figueredo et al., 2013).

O objetivo final do formalismo proposto é o de fornecer uma ferramenta geral para descrever tarefas por meio de blocos de subtarefas. A execução desses blocos será feita de maneira sequencial ou concorrente, dependendo da tarefa. As propriedades algébricas permitem a descrição de tarefas nos próprios objetos nas quais essas tarefas devem ser executadas. Assim, a descrição é invariante ao tipo de robô utilizado. Além disso, o formalismo apresentado é invariante à escolha dos controladores para a execução da tarefa e os algoritmos de controle podem ser escolhidos de acordo com as subtarefas. Com o grupo algébrico proposto neste trabalho, será possível a construção modular e escalável de tarefas de manipulação realizadas por sistemas robóticos. Essas tarefas poderão depois ser abstraídas em blocos maiores até que se consiga descrições cada vez mais intuitivas de tarefas, permitindo assim que estas possam ser facilmente especificadas por um usuário ou sistemas de mais alto nível.

Agradecimentos

Este trabalho foi parcialmente financiado pelas agências de fomento CAPES, CNPq e FAPEMIG.

Referências

- Adorno, B. V. (2011). *Two-arm manipulation: From manipulators to enhanced human-robot collaboration*. [Contribution à la manipulation à deux bras : des manipulateurs à la collaboration homme-robot]. Doctorate thesis, University of Montpellier 2.
- Adorno, B. V. (2012). Manipulação Cooperativa Descentralizada Usando o Espaço Dual de Cooperação. In *XIX Congresso Brasileiro de Automática (CBA)* (pp. 1–8).
- Adorno, B. V., Bo, A. P. L., Fraisse, P., & Poignet, P. (2011). Towards a cooperative framework for interactive manipulation involving a human and a humanoid. *2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, (pp. 3777–3783).
- Adorno, B. V., Fraisse, P., & Druon, S. S. (2010). Dual position control strategies using the cooperative dual task-space framework. In *2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems* (pp. 3955–3960).: IEEE.
- Basile, F., Caccavale, F., Chiacchio, P., Coppola, J., & Curatella, C. (2012). Robotics

- and Computer-Integrated Manufacturing Task-oriented motion planning for multi-arm robotic systems. *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, 28(5), 569–582.
- Bruyninckx, H. & De Schutter, J. (1996). Specification of force-controlled actions in the "task frame formalism" - a synthesis. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12(4), 581–589.
- Chao, C. & Thomaz, A. (2012). Timing in Multimodal Turn-Taking Interactions: Control and Analysis Using Timed Petri Nets. *Journal of Human-Robot Interaction*, 1(1), 4–25.
- Dantam, N. & Stilman, M. (2013). The Motion Grammar : Analysis of a Linguistic Method for Robot Control. *IEEE Transactions on Robotics*, (11).
- Diankov, R. (2010). *Automated Construction of Robotic Manipulation Programs*. Phd thesis, Carnegie Mellon University.
- Dietrich, F., Maaß, J., Hagner, M., Steiner, J., Goltz, U., & Raatz, A. (2013). Dynamic distribution of robot control components under hard realtime constraints - Modeling, experimental results and practical considerations. *Journal of Systems Architecture*, 59(10), 1047–1066.
- Figueredo, L. F. C., Adorno, B. V., Ishihara, J. Y., & Borges, G. A. (2013). Robust kinematic control of manipulator robots using dual quaternion representation. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)* (pp. 1949–1955).
- Haidegger, T., Barreto, M., Gonçalves, P., Habib, M. K., Ragavan, S. K. V., Li, H., Vaccarella, A., Perrone, R., & Prestes, E. (2013). Applied ontologies and standards for service robots. *Robotics and Autonomous Systems*, 61(11), 1215–1223.
- Han, D.-P., Wei, Q., & Li, Z.-X. (2008). Kinematic control of free rigid bodies using dual quaternions. *International Journal of Automation and Computing*, 5(3), 319–324.
- Kuipers, J. B. (2002). *Quaternions and rotation sequences: A primer with applications to orbits, aerospace and virtual reality*. Princeton University Press.
- Laet, B. T. D., Bellens, S., Bruyninckx, H., & Schutter, J. D. (2013a). Geometric Relations Between Rigid Bodies: From Semantics to Software. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, (pp. 91–102).
- Laet, B. T. D., Bellens, S., Smits, R., Bruyninckx, H., & Schutter, J. D. (2013b). Geometric Relations Between Rigid Bodies: Semantics for Standardization. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, (pp. 84–93).
- Mason, M. T. (1978). *Compliance and force control for computer controlled manipulators*. Masters degree thesis, Massachusetts Institute of Technology.
- Pham, H.-L., Perdereau, V., Adorno, B. V., & Fraisse, P. (2010). Position and orientation control of robot manipulators using dual quaternion feedback. *2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, (pp. 658–663).
- Selig, J. M. (2005). *Geometric fundamentals of robotics*. New York, USA: Springer-Verlag Inc.
- Wang, X., Han, D., Yu, C., & Zheng, Z. (2012). The geometric structure of unit dual quaternion with application in kinematic control. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 389(2), 1352–1364.
- Wang, X. & Yu, C. (2011). Unit-Dual-Quaternion-Based PID Control Scheme for Rigid-Body Transformation. *18th IFAC World Congress*, (pp. 9296–9301).
- Wang, X. & Zhu, H. (2013). On the Comparisons of Unit Dual Quaternion and Homogeneous Transformation Matrix. *Advances in Applied Clifford Algebras*, (pp. 1–17).
- Zeng, H. & Di Natale, M. (2013). Using Max-Plus Algebra to Improve the Analysis of Non-cyclic Task Models. *25th Euromicro Conference on Real-Time Systems*, (pp. 205–214).