



CONSENSO UTILIZANDO ÁLGEBRA DE QUATÉRNIOS DUAIS EM SISTEMAS COMPOSTOS POR MANIPULADORES MÓVEIS

RAFAEL P. BRITO*, HEITOR J. SAVINO*, BRUNO V. ADORNO†, LUCIANO C. A. PIMENTA‡

*Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais
Av. Antônio Carlos 6627, Belo Horizonte, MG 31270-010 Brasil

Emails: rafaelpalma@ufmg.br, heitorjs@ufmg.br, adorno@ufmg.br, lucpim@cpdee.ufmg.br

Resumo— Este artigo trata do problema de consenso entre múltiplos manipuladores móveis. O sistema é modelado utilizando álgebra de quatérnios duais e dois casos são considerados: o problema de *rendezvous* e o de consenso na pose dos efetuadores dos manipuladores móveis utilizando-se referenciais locais. Para o controle local dos manipuladores móveis, utiliza-se uma abordagem de controle hierárquico com duas tarefas executadas em diferentes níveis de prioridade. A técnica proposta é avaliada em simulação, mostrando que o sistema fica estável quando o consenso é atingido.

Palavras-chave— Quatérnios duais, consenso, *rendezvous*, manipulador móvel, controle de corpo completo.

Abstract— This paper deals with the consensus problem of multiple mobile manipulators. The system is modeled by using dual quaternion algebra and two problems are considered: the *rendezvous* problem and the pose consensus of the end-effectors with local frames. In order to perform the local control of the mobile manipulators, a hierarchical approach is used such that two tasks are executed simultaneously with different priorities. The proposed technique is evaluated in simulation, which shows that the system stabilizes when the consensus is achieved.

Keywords— Dual quaternions, consensus, *rendezvous*, mobile manipulator, whole-body control.

1 Introdução

Os recentes avanços obtidos em campos como computação, redes de comunicação e miniaturização de sistemas eletromecânicos têm tornado cada vez mais atrativa a aplicação de sistemas multiagentes ao substituir um sistema único e complexo por outro composto por vários agentes simples. Com isto, o campo de estudo de controle distribuído de sistemas multiagentes tem atraído bastante atenção, com aplicações nas mais diversas áreas (Cao et al., 2013).

Na teoria de controle de sistemas multiagentes pode-se destacar o problema de consenso, que busca estabelecer leis de controle distribuídas—denominadas protocolo de consenso—baseadas na troca de informações entre os agentes, cujo objetivo é fazer com que os agentes atinjam um acordo sobre o valor de determinada variável de interesse. Este problema tem suas origens no trabalho de Vicsek et al. (1995), atingindo maior maturidade após o trabalho de Jadbabaie et al. (2003). Estes autores foram responsáveis pela formulação algébrica para a descrição das relações de vizinhanças entre os agentes, utilizando uma estrutura de grafo para descrever a topologia da rede de comunicação do sistema.

Alguns trabalhos mais recentes consideram o problema de consenso em sistemas formados por múltiplos manipuladores. Neste caso, o objetivo pode ser fazer com que as juntas de todos os manipuladores atinjam uma mesma configuração para poder executar certas tarefas, como pegar um objeto ou carregar uma ferramenta de trabalho. Cheng et al. (2008) considera as incertezas

no modelo do manipulador e mostra um protocolo de consenso adaptativo para que o sistema atinja consenso na configuração das juntas. Hou et al. (2009) inclui perturbações e apresenta uma abordagem de controle com redes neurais. Ge & Dongya (2014) apresenta uma abordagem de controle robusto e prova a estabilidade por Lyapunov. Todas essas abordagens apresentam uma modelagem por Euler-Lagrange, e alguns trabalhos se destacam na descrição do problema ao utilizar uma representação por quatérnios para representar orientações (Aldana et al., 2014).

O interesse pela álgebra de quatérnios duais é crescente pois, além de representarem completamente movimentos rígidos de forma mais compacta do que, por exemplo, as Matrizes de Transformações Homogêneas (HTM), é fácil extrair os parâmetros geométricos de um quatérnio dual e as multiplicações entre quatérnios duais são menos custosas do que as multiplicações de HTM (Adorno, 2011). Além disso, sistemas complexos (e.g., manipuladores móveis, cadeias cinemáticas híbridas, etc.) são facilmente modelados utilizando-se quatérnios duais. Por exemplo, Adorno (2011) apresenta uma aplicação de quatérnios duais ao problema de manipulação bimanual, utilizando o movimento de corpo completo, em um robô composto por uma base móvel não-holonômica, um dorso com dois graus de liberdade e dois braços.

No presente trabalho, o problema de *rendezvous* e o problema de consenso nas poses dos efetuadores de múltiplos manipuladores móveis são escritos como um problema de consenso com uma representação utilizando quatérnios duais. Utiliza-

se uma transformação em árvore como a mostrada por Sun & Wang (2009) para traduzir o problema de consenso para um problema de estabilidade e, em seguida, a condição de estabilidade é apresentada. Os protocolos de consenso que solucionam os problemas citados também são apresentados.

2 Fundamentação Teórica

2.1 Grafos

Um grafo direcionado simples é escrito como $\mathcal{G}(\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$, tal que $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ é o conjunto formado por n vértices, \mathcal{E} representa o conjunto de arestas direcionadas, dadas por $e_{ij} = (v_i, v_j) \in \mathcal{E}$, que ligam os vértices, sendo o primeiro elemento v_i denominado nó-pai e o outro, v_j , nó-filho. A matriz de adjacências é dada por $\mathcal{A} = [a_{ij}]$, onde

$$\begin{cases} a_{ij} > 0, & \text{se, e somente se, } \exists e_{ji} \\ a_{ij} = 0 & \text{se } \nexists e_{ji}. \end{cases}$$

A matriz Laplaciana relacionada ao grafo é dada por $L \triangleq \Delta - \mathcal{A}$, onde $\Delta = \text{diag}\{\Delta_{11}, \Delta_{22}, \dots, \Delta_{nn}\}$, com $\Delta_{ii} = \sum_{j=1}^n a_{ij}$.

O grafo direcionado dado acima é considerado como o modelo de troca de informações do sistema multiagente, definindo a topologia da rede de comunicação. Um dado agente i é representado por um nó (vértice) v_i e o enlace de comunicação entre agentes é representado por uma aresta direcionada do grafo. Nós j vizinhos de um agente i , representados pelo conjunto $j \in N_i$, são definidos como aqueles que possuem arestas partindo dos mesmos e chegando ao agente i , i.e. e_{ji} .

Um tipo especial de grafo que será utilizado neste trabalho é denominado árvore direcionada. Este grafo possui um único nó sem pai, chamado raiz, com caminhos ligando-o a todos os demais nós que, por sua vez, possuem exatamente um único nó-pai. Um caminho é uma sequência de arestas direcionadas que conectam um nó a outro. Uma árvore geradora direcionada é uma árvore direcionada que pode ser formada através da remoção de algumas arestas do grafo direcionado, de modo que a árvore ainda inclua todos os nós do grafo originário.

2.2 Modelagem em quatérnios duais

Um quatérnio é composto por uma componente real e três componentes imaginárias associadas às unidades quaterniônicas \hat{i} , \hat{j} e \hat{k} , ou seja $\mathbf{h} = h_1 + h_2\hat{i} + h_3\hat{j} + h_4\hat{k}$, onde $h_1, \dots, h_4 \in \mathbb{R}$ e $\hat{i}^2 = \hat{j}^2 = \hat{k}^2 = \hat{i}\hat{j}\hat{k} = -1$ (Selig, 2005). Uma rotação é representada por um quatérnio unitário $\mathbf{r} = \cos(\phi/2) + \mathbf{n} \sin(\phi/2)$, sendo ϕ o ângulo de rotação em torno de um eixo $\mathbf{n} = n_x\hat{i} + n_y\hat{j} + n_z\hat{k}$. Uma translação é dada por um quatérnio puro, i.e., um quatérnio cuja parte real é igual a zero, ou seja, $\mathbf{p} = p_x\hat{i} + p_y\hat{j} + p_z\hat{k}$.

Quatérnios duais, cujo conjunto é representado por \mathcal{H} , estendem a álgebra de quatérnios, sendo compostos por dois quatérnios mais a unidade dual de Clifford ε , tal que $\varepsilon \neq 0$, mas $\varepsilon^2 = 0$ (Selig, 2005). Mais especificamente um quatérnio dual é dado por $\underline{\mathbf{x}} = x_1 + x_2\hat{i} + x_3\hat{j} + x_4\hat{k} + \varepsilon(x_5 + x_6\hat{i} + x_7\hat{j} + x_8\hat{k})$, em que $x_1, \dots, x_8 \in \mathbb{R}$. O quatérnio dual unitário $\underline{\mathbf{x}} = \mathbf{r} + \varepsilon\mathbf{p}\mathbf{r}/2$ representa um movimento rígido (alternativamente, uma pose) constituído de uma translação \mathbf{p} seguida de uma rotação \mathbf{r} .

O produto de quatérnios duais não é comutativo. No entanto, Adorno (2011) define os operadores de Hamilton $\overset{+}{\mathbf{H}}(\cdot)$ e $\overset{-}{\mathbf{H}}(\cdot)$, que são as matrizes que satisfazem

$$\text{vec}(\underline{\mathbf{x}}\underline{\mathbf{y}}) = \overset{+}{\mathbf{H}}(\underline{\mathbf{x}}) \text{vec } \underline{\mathbf{y}} = \overset{-}{\mathbf{H}}(\underline{\mathbf{y}}) \text{vec } \underline{\mathbf{x}},$$

onde $\text{vec } \underline{\mathbf{x}} = [x_1 \dots x_8]^T$.

2.3 Modelo cinemático direto (MCD) e modelo cinemático diferencial direto (MCDD) para corpo completo de um manipulador móvel

Considere uma base móvel que se move no plano, cuja posição em um sistema de coordenadas de referência \mathcal{F}_0 é dada pelas coordenadas Cartesianas (x, y) e cuja orientação é dada por um ângulo de rotação ϕ em torno do eixo z . Sendo $\theta_b = [x, y, \phi]^T$ as coordenadas generalizadas da base móvel, a sua pose (MCD) é dada pelo quatérnio dual (Salazar-Sangucho & Adorno, 2014)

$$\underline{\mathbf{x}}_b^0 = \mathbf{r}_b^0 + \varepsilon \frac{1}{2} \mathbf{p}_b^0 \mathbf{r}_b^0, \quad (1)$$

onde $\mathbf{r}_b^0 = \cos(\phi/2) + \hat{k} \sin(\phi/2)$ e $\mathbf{p}_b^0 = x\hat{i} + y\hat{j}$.

A derivada primeira de (1) fornece a equação do MCDD da base móvel, ou seja, $\text{vec } \dot{\underline{\mathbf{x}}}_b^0 = J_b \dot{\theta}_b$, onde $J_b = [b_{ij}] \in \mathbb{R}^{8 \times 3}$, tal que

$$\begin{aligned} b_{13} &= -b_{62} = b_{71} = -\frac{1}{2} \sin\left(\frac{\phi}{2}\right), \\ b_{43} &= b_{61} = b_{72} = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\phi}{2}\right), \\ b_{63} &= -\frac{x}{4} \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) + \frac{y}{4} \cos\left(\frac{\phi}{2}\right), \\ b_{73} &= -\frac{x}{4} \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) - \frac{y}{4} \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \end{aligned}$$

e todos os outros elementos são iguais a zero (Adorno, 2011).

Agora, considere um manipulador com sete juntas de revolução. A pose do efetuador $\underline{\mathbf{x}}_e$, obtida pelo MCD, é dada em função do vetor θ_m que contém os ângulos das juntas. Além disso, o MCDD do robô manipulador é dado por $\text{vec } \dot{\underline{\mathbf{x}}}_e = J_m \dot{\theta}_m$, em que J_m é a matriz Jacobiana do manipulador. Tanto o MCD quanto o MCDD

do robô manipulador são obtidos diretamente na álgebra de quatérnios duais (Adorno, 2011).

Quando o manipulador é acoplado serialmente à base móvel, a pose \mathbf{x}_e^0 do efetuador, com respeito a um sistema de coordenadas de referência \mathcal{F}_0 , varia em função das poses de cada um dos subsistemas, ou seja,

$$\mathbf{x}_e^0 = \mathbf{x}_b^0 \mathbf{x}_e^b,$$

onde \mathbf{x}_b^0 representa a pose da base em relação a \mathcal{F}_0 e \mathbf{x}_e^b representa a pose do efetuador com respeito à base. O MCDD do sistema completo é dado por (Salazar-Sangucho & Adorno, 2014)

$$\text{vec } \dot{\mathbf{x}}_e^0 = J_e^0 \dot{q},$$

onde $J_e^0 = \begin{bmatrix} \bar{H}(\mathbf{x}_e^b) J_b & \bar{H}(\mathbf{x}_b^0) J_m \end{bmatrix}$ e $\dot{q} = [\dot{\theta}_b^T \ \dot{\theta}_m^T]^T$.

3 Problema de consenso na pose do efetuador

Define-se a pose do efetuador de um agente i como $\mathbf{x}_{e,i}^0$ no referencial inercial \mathcal{F}_0 , e como $\mathbf{x}_{e,i}^{b,i}$ a pose em relação à sua própria base. O objetivo é fazer com que os agentes cheguem a um acordo a respeito do valor da pose do efetuador, i.e. $\mathbf{x}_{e,i}^0 = \mathbf{x}_{e,j}^0, \forall i, j$, ou $\mathbf{x}_{e,i}^{b,i} = \mathbf{x}_{e,j}^{b,j}, \forall i, j$, dependendo da tarefa em questão. Desta forma define-se:

Definição 1 *O sistema multiagente formado de múltiplos manipuladores móveis atinge consenso assintoticamente a respeito da pose no referencial inercial se, e somente se, $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}_{e,i}^0 - \mathbf{x}_{e,j}^0 = 0, \forall i, j$. Do mesmo modo, atinge consenso assintoticamente a respeito da pose no referencial de sua base se, e somente se, $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}_{e,i}^{b,i} - \mathbf{x}_{e,j}^{b,j} = 0, \forall i, j$.*

A proposição abaixo mostra condições para que o sistema entre em consenso, conforme a Definição 1, assumindo uma determinada dinâmica de malha fechada para o sistema formado pelos efetuadores dos manipuladores móveis.

Proposição 1 *O sistema multiagente com dinâmica dada por*

$$\dot{x} = -Lx, \quad (2)$$

onde $x = [\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \dots \ \mathbf{x}_n]^T \in \mathcal{H}^n$ e $L \in \mathbb{Z}^{n \times n}$ é a matriz Laplaciana, atinge consenso assintoticamente se, e somente se, o grafo da topologia de rede \mathcal{G} possuir uma árvore geradora direcionada.

Prova: O problema de consenso nas variáveis $\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_j, \forall i, j$ pode ser transformado em um problema de estabilidade com uma extensão direta da transformação de árvore apresentada por Sun

& Wang (2009). Assim, para um sistema multiagente com n agentes, definem-se $n - 1$ variáveis de erro, dadas por

$$\mathbf{z}_i = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_{(i+1)}, \quad i = 1, \dots, n - 1. \quad (3)$$

Empilhando as variáveis em um vetor de quatérnios duais $z \in \mathcal{H}^{n-1}$, obtém-se $z = [\mathbf{z}_1 \ \mathbf{z}_2 \ \dots \ \mathbf{z}_{(n-1)}]^T$. Logo,

$$z = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & -1 & & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & -1 \end{bmatrix}}_U \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n \end{bmatrix}}_x, \quad (4)$$

sendo $U \in \mathbb{Z}^{(n-1) \times n}$. Considerando-se (4), a transformação inversa é dada por

$$x = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}}_{1_n} \mathbf{x}_1 + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -1 \end{bmatrix}}_W z.$$

Portanto, $x = 1_n \mathbf{x}_1 + Wz$, onde $W \in \mathbb{Z}^{n \times (n-1)}$. Utilizando (2), a derivada de (4) é dada por

$$\dot{z} = -ULx = -UL(1_n \mathbf{x}_1 + Wz).$$

Uma vez que $L1_n = 0$, tem-se que

$$\dot{z} = -ULWz. \quad (5)$$

O sistema (5) é estável se e somente se todos os autovalores de ULW tiverem parte real positiva. Como mostrado por Savino et al. (2015), isso ocorre se e somente se \mathcal{G} possuir uma árvore geradora direcionada, o que conclui a prova. \square

Deste modo, a Proposição 1 indica que, se a dinâmica do sistema multiagente puder ser escrita na forma (2), é possível provar que o sistema atinge consenso ou não, dependendo da topologia de interação entre os agentes. Sendo assim, para provar que o sistema entra em consenso é suficiente achar um protocolo que permita analisá-lo de acordo com (2).

4 Aplicações em robótica

Nesta seção são tratados dois problemas: o problema de *rendezvous*, onde elaboram-se estratégias de controle locais para que cada manipulador móvel entre em consenso em relação à pose do efetuador em um referencial inercial; e o problema de consenso em relação à pose do efetuador referenciada em sua base. A seguir, serão introduzidos os protocolos de consenso utilizando a representação de quatérnios duais.

4.1 Problema de Rendezvous

Assume-se que cada agente tem conhecimento de sua própria pose em relação ao referencial inercial, e que é capaz de enviar essa informação aos agentes vizinhos. Deste modo, pode-se escrever o seguinte resultado:

Teorema 1 *O sistema multiagente com representação em quatérnios duais atinge consenso sobre a pose dos efetadores em um referencial inercial de acordo com a Definição (1), aplicando-se o protocolo de consenso*

$$\dot{\underline{\mathbf{x}}}_{e,i}^0 = - \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\underline{\mathbf{x}}_{e,i}^0 - \underline{\mathbf{x}}_{e,j}^0), \quad (6)$$

se, e somente se, o grafo \mathcal{G} relacionado à topologia de rede possuir uma árvore geradora direcionada.

Prova: O protocolo (6) nos permite escrever a dinâmica do sistema na forma

$$\dot{x}_e^0 = -Lx_e^0, \quad (7)$$

sendo $x_e^0 = [\underline{\mathbf{x}}_{e,1}^0 \ \underline{\mathbf{x}}_{e,2}^0 \ \dots \ \underline{\mathbf{x}}_{e,n}^0]^T$ e $\dot{x}_e^0 = [\dot{\underline{\mathbf{x}}}_{e,1}^0 \ \dot{\underline{\mathbf{x}}}_{e,2}^0 \ \dots \ \dot{\underline{\mathbf{x}}}_{e,n}^0]^T$. Deste modo, a Proposição 1 nos permite provar que o sistema atinge consenso se, e somente se, o grafo tiver uma árvore geradora direcionada. \square

4.2 Problema de consenso da pose no referencial da base

Neste problema, os agentes entram em consenso sobre um quatérnio referenciado em suas próprias bases. Assume-se que cada agente tem acesso à pose de seu efetador em relação à sua base, i.e. $\underline{\mathbf{x}}_{e,i}^{b,i}$, e que se comunica através de uma determinada topologia de rede. Obtém-se o seguinte resultado:

Corolário 1 *O sistema multiagente com representação em quatérnios duais atinge consenso sobre a pose do efetador de acordo com a Definição 1, aplicando-se o protocolo de consenso*

$$\dot{\underline{\mathbf{x}}}_{e,i}^{b,i} = - \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\underline{\mathbf{x}}_{e,i}^{b,i} - \underline{\mathbf{x}}_{e,j}^{b,j}) \quad (8)$$

se, e somente se, o grafo \mathcal{G} relacionado à topologia de rede possuir uma árvore geradora direcionada.

Prova: A prova segue direto da Proposição 1 da mesma forma que no Teorema 1. \square

5 Estratégias de controle de corpo completo

Como mostrado na Seção 4, se os efetadores dos agentes seguirem as trajetórias determinadas por (6) e (8), os problemas de consenso definidos serão resolvidos. Nesta seção, mostra-se como os

manipuladores móveis são controlados para que os efetadores se movimentem como esperado.

A lei de controle cinemático utilizada para controlar localmente o i -ésimo robô é dada por $\dot{q}_i = J_i^\dagger \dot{\underline{\mathbf{x}}}_{e,i}$, onde $\dot{q}_i = [\dot{\theta}_{bi}^T \ \dot{\theta}_{mi}^T]^T$ e $\underline{\mathbf{x}}_{e,i}$ é referente aos protocolos de consenso (6) e (8). A matriz $J_i^\dagger \triangleq J_i^T (J_i J_i^T + \lambda^2 I)^{-1}$ é a inversa amortecida (Chiaverini, 1997) da matriz Jacobiana de corpo completo do i -ésimo agente e λ é o fator de amortecimento.

5.1 Evitamento de colisão das bases móveis

Dado que a referência do controlador local é dada pela pose do efetador, o robô usará todos os seus graus de liberdade de atuação disponíveis para a resolução dessa tarefa principal. Neste contexto, é possível que hajam configurações nas quais uma determinada base móvel entre em colisão com as bases de outros agentes. Este problema é resolvido utilizando o controle hierárquico com prioridade (Liégeois, 1977; Siciliano & Slotine, 1991), em que uma lei de controle secundária, baseada em potenciais repulsivos, é projetada no espaço nulo da tarefa principal, visando evitar a colisão entre as bases móveis. Desta forma, sempre que a base de um manipulador móvel se aproximar a uma distância mínima de outra base, surgem forças de repulsão evitando a colisão entre as bases.

Considere o i -ésimo robô manipulador móvel e k tarefas a serem efetuadas, cada uma representada pelo seu respectivo modelo cinemático diferencial $\dot{e}_{i_t} = J_{i_t} \dot{q}_i$, $t = 1, \dots, k$, onde e_{i_t} é a t -ésima tarefa e J_{i_t} é a matriz Jacobiana correspondente. O controle hierárquico para sistemas redundantes, baseado em projeções no espaço nulo, é dado pelo seguinte conjunto de equações recursivas (Siciliano & Slotine, 1991; Mansard & Chaumette, 2007):

$$\dot{q}_i[t] = \dot{q}_i[t-1] + (J_{i_t} P_{A_i}[t-1])^\dagger U[t] \quad (9)$$

onde $U[t] = \dot{e}_{i_t} - J_{i_t} \dot{q}_i[t-1]$ e o projetor no espaço nulo é dado por $P_{A_i}[t] = I - J_{A_i}[t]^\dagger J_{A_i}[t]$, em que $J_{A_i}[t] = [J_{i_1}^T \ \dots \ J_{i_t}^T]^T$.

Desta forma, dado o i -ésimo agente, a tarefa principal, que corresponde ao controle do efetador, é dada por $\dot{e}_{i_1} \triangleq \text{vec } \dot{\underline{\mathbf{x}}}_{e,i} = J_i \dot{q}_i$, onde $\underline{\mathbf{x}}_{e,i}$ é referente a (6) e (8). A tarefa secundária, que corresponde ao controle de repulsão da base, é dada por $\dot{e}_{i_2} \triangleq \text{vec } \dot{\underline{\mathbf{x}}}_{r,i} = J_{r,i} \dot{q}_i$, na qual $J_{r,i} = [j_{ij}] \in \mathbb{R}^{8 \times 10}$ possui todos os seus elementos iguais a zero exceto $j_{61} = \nabla U_{bx}$ e $j_{72} = \nabla U_{by}$. Os termos ∇U_{bx} e ∇U_{by} são dados a partir do gradiente do potencial repulsivo (Choset et al. (2005))

$$U_b(\theta_b) = \begin{cases} \frac{1}{2} \eta \left(\frac{1}{d_{obs}(\theta_b)} - \frac{1}{d_0} \right)^2, & d_{obs}(\theta_b) \leq d_0 \\ 0, & d_{obs}(\theta_b) > d_0 \end{cases} \quad (10)$$

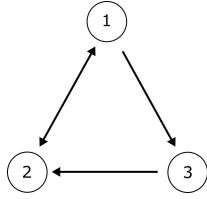


Figura 1: Estrutura da rede direcionada

onde η é um ganho escalar, $d_{obs}(\theta_b)$ é a distância entre a base e o obstáculo mais próximo e d_0 é o fator que permite que o robô ignore obstáculos suficientemente longe dele.

Utilizando (9), o controlador hierárquico do i -ésimo agente, considerando essas duas tarefas, é dado por

$$\dot{q}_i = J_i^\dagger \dot{x}_{e,i} + (J_{r,i} P_{A,i})^\dagger U, \quad (11)$$

onde $U = \dot{x}_{r,i} - J_{r,i} J_i^\dagger \dot{x}_{e,i}$ e $P_{A_i} = I - J_i^\dagger J_i$ é o projetor no espaço nulo do i -ésimo agente.

É importante ressaltar que a tarefa de menor prioridade (repulsão da base) não afeta a tarefa de maior prioridade (controle da pose do manipulador).

6 Simulações

Nesta seção, são validados os controladores propostos mediante simulações de sistemas formados por três manipuladores móveis. O algoritmo utilizado foi implementado em Matlab baseado na biblioteca DQ_Robotics Toolbox.¹

A topologia de rede dos manipuladores móveis é apresentada na Fig. 1.

Nestas simulações, o consenso é realizado de forma acoplada. Com a utilização do controlador hierárquico, garante-se que o protocolo de consenso não seja prejudicado pelo controle de repulsão da base móvel. Alternativamente, além do algoritmo de repulsão das bases implementado no espaço nulo da tarefa principal, poderia também ser adicionada uma repulsão para todos os elos do manipulador móvel.

Primeiramente, foi simulado o problema de *rendezvous*. As Fig. 2 e 3 mostram os coeficientes das partes primária e dual dos quatérnios duais das poses dos efetuadores estabilizando em um mesmo valor, indicando que atingiu-se consenso.

Em seguida, foi simulada a segunda abordagem, cujo objetivo é atingir o consenso da pose dos agentes referenciados em suas respectivas bases. As Fig. 4 e 5 mostram a evolução temporal dos coeficientes das partes primária e dual dos quatérnios duais. Do mesmo modo, nota-se que os coeficientes dos quatérnios duais de todos os agentes estabilizam em um mesmo valor, indicando que o consenso é atingido.

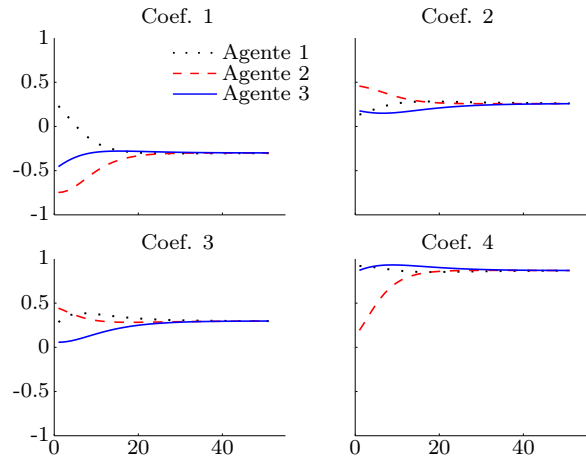
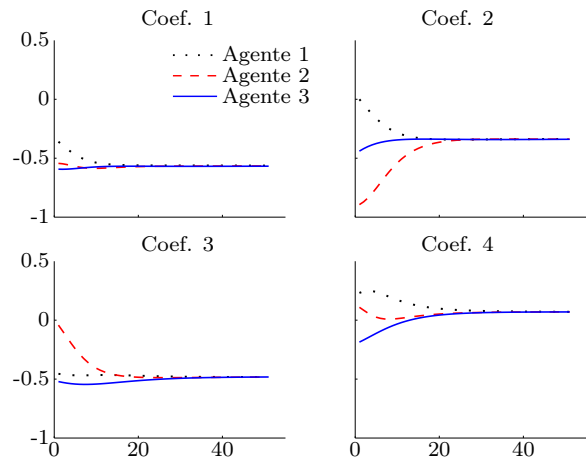
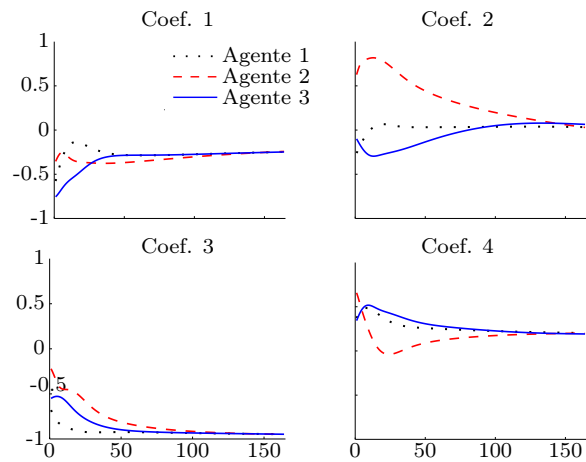

 Figura 2: Problema de *rendezvous*: evolução temporal dos coeficientes da parte primária dos quatérnios duais dos efetuadores com respeito a um sistema de coordenadas inercial.

 Figura 3: Problema de *rendezvous*: evolução temporal dos coeficientes da parte dual dos quatérnios duais dos efetuadores com respeito a um sistema de coordenadas inercial.


Figura 4: Segunda abordagem (pose em relação à base): evolução temporal dos coeficientes da parte primária dos quatérnios duais dos efetuadores.

¹<http://dqrobotics.sourceforge.net>

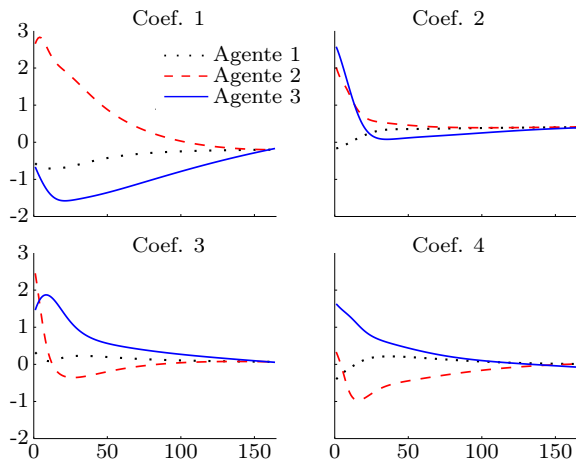


Figura 5: Segunda abordagem (pose em relação à base): evolução temporal dos coeficientes da parte dual dos quatérnios duais dos efetuadores.

7 Conclusão

Este artigo estende a análise de consenso para representações em quatérnios duais. São apresentados dois protocolos de consenso: 1) *rendezvous*, no qual o objetivo é obter o consenso na pose a partir de um referencial externo; e 2) os agentes entram em consenso com respeito às poses dos efetuadores referenciadas em seus sistemas de coordenadas locais. Foram considerados múltiplos robôs manipuladores acoplados a bases móveis holonômicas, e uma abordagem de controle hierárquico de corpo completo foi utilizada para resolver o problema de controle local com controle simultâneo de evitamento de colisão. As técnicas apresentadas baseiam-se na álgebra dos quatérnios duais para realizar toda a modelagem e controle dos agentes e foram validadas mediante simulações.

Agradecimentos

Este trabalho foi apoiado pelas agências brasileiras CAPES, CNPq e FAPEMIG.

Referências

- Adorno, B. V. (2011). Two-arm Manipulation: From Manipulators to Enhanced Human-Robot Collaboration. *PhD Thesis, Université Montpellier 2, France*, (pp. 163).
- Aldana, C. I., Romero, E., Nuño, E., & Basañez, L. (2014). Pose consensus in networks of heterogeneous robots with variable time delays. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*.
- Cao, Y., Yu, W., Ren, W., & Chen, G. (2013). An overview of recent progress in the study of distributed multi-agent coordination. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 9(1), 427–438.
- Cheng, L., Hou, Z. G., & Tan, M. (2008). Decentralized adaptive consensus control for multi-manipulator system with uncertain dynamics. *Conference Proceedings - IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, (pp. 2712–2717).

- Chiaverini, S. (1997). Singularity-robust task-priority redundancy resolution for real-time kinematic control of robot manipulators. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 13(3), 398–410.
- Choset, H., Lynch, K. M., Hutchinson, S., Kantor, G., Burgard, W., Kavraki, L. E., & Thrun, S. (2005). *Principles of Robot Motion*. Cambridge: MA: MIT Press.
- Ge, Z. & Dongya, Z. (2014). Robust Consensus Control for Multiple Robotic Manipulators. In *Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference* (pp. 2229–2233).
- Hou, Z.-G., Cheng, L., & Tan, M. (2009). Decentralized robust adaptive control for the multiagent system consensus problem using neural networks. *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics. Part B, Cybernetics : a publication of the IEEE Systems, Man, and Cybernetics Society*, 39(3), 636–647.
- Jadbabaie, A., Jie Lin, & Morse, A. (2003). Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 48(9), 1675–1675.
- Liégeois, A. (1977). Automatic Supervisory Control of the Configuration and Behavior of Multibody Mechanisms. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 7(12), 868–871.
- Mansard, N. & Chaumette, F. (2007). Task Sequencing for Sensor-Based Control. *IEEE Transactions on Robotics*, 1, 60–72.
- Salazar-Sangucho, F. R. & Adorno, B. V. (2014). Modelagem e Controle de Corpo Completo Usando Quatérnios Duais para um Manipulador Móvel. In *Congresso Brasileiro de Automática* (pp. 1544–1551). Belo Horizonte.
- Savino, H. J., Souza, F. O., & Pimenta, L. C. a. (2015). Consensus on Time-Delay Intervals in Networks of High-Order Integrator Agents. In *12th IFAC Workshop on Time Delay Systems that will be held in Ann Arbor Michigan, USA*.
- Selig, J. M. (2005). *Geometric fundamentals of robotics*. Springer-Verlag New York Inc., 2nd edition.
- Siciliano, B. & Slotine, J.-J. (1991). A general framework for managing multiple tasks in highly redundant robotic systems. In *Fifth International Conference on Advanced Robotics 'Robots in Unstructured Environments*.
- Sun, Y. G. & Wang, L. (2009). Consensus of multi-agent systems in directed networks with nonuniform time-varying delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 54(7), 1607–1613.
- Vicsek, T., András, C., Ben-Jacob, E., Cohen, I., & Shochet, O. (1995). Novel type of phase transition in a system of self-driven particles. *Physical Review Letters*, 75(6), 1226–1229.