

MANIPULAÇÃO COOPERATIVA DESCENTRALIZADA USANDO O ESPAÇO DUAL DE COOPERAÇÃO

BRUNO VILHENA ADORNO*

**Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais
Av. Antônio Carlos 6627, Belo Horizonte, MG 31270-010 Brasil*

Email: adorno@ufmg.br

Abstract— This paper proposes a new method for obtaining the forward and inverse kinematic models of multiarm systems. This method describes the multiarm coordination/cooperation by means of two variables: the relative variables, which characterize the geometric configuration between the robot end-effectors; and the absolute variable, which describes the configuration of a coordinate system—typically located at the manipulated object—that depends on the global configuration of the system. Furthermore, a decentralized control scheme is performed based on this description. The proposed techniques are evaluated in simulation, demonstrating the validity of the method.

Keywords— Cooperative dual task-space, multiarm manipulation, cooperative systems, dual quaternion, manipulator robots, kinematic control.

Resumo— Este artigo propõe um novo método para a modelagem cinemática direta e inversa de sistemas cooperativos compostos por múltiplos robôs manipuladores. Este método permite que a coordenação/cooperação entre os manipuladores seja determinada por dois tipos de variáveis: as variáveis relativas, que caracterizam a configuração geométrica entre os órgãos terminais dos robôs; e a variável absoluta, que descreve a configuração de um sistema de coordenadas, tipicamente localizado no objeto, que depende da configuração global do sistema. Além disso, baseado nesse modelo, o controle descentralizado dos robôs manipuladores é realizado. A metodologia proposta é avaliada por meio de simulações que demonstram a validade do método.

Palavras-chave— Espaço dual de cooperação, manipulação multimanual, sistemas cooperativos, quatérnios duais, robôs manipuladores, controle cinemático.

1 Introdução

A pesquisa em sistemas com múltiplos manipuladores vem sendo realizada de forma intensa nos últimos 30 anos (Caccavale e Uchiyama, 2008). Este tipo de sistema pode ser usado para carregar grandes cargas, para realizar tarefas de montagem complexas e em ambientes não estruturados, tais como o espaço sideral ou ainda em ambientes subaquáticos (Caccavale e Uchiyama, 2008). Contudo, essas vantagens vêm acompanhadas de uma maior complexidade na modelagem e controle de tais sistemas. Por exemplo, a interação de múltiplos manipuladores causa esforços internos (e.g., compressão, flexão) no objeto manipulado. Assim, controle de força deve ser aplicado a fim de minimizar estes esforços internos.

Várias técnicas foram introduzidas para modelagem e controle de manipulação multimanual. Khatib (1988) introduziu uma técnica de controle usando N robôs, todos possuindo o mesmo número de graus de liberdade, rigidamente conectados a um objeto comum. O controle foi feito no espaço operacional e Khatib usou o conceito de objeto aumentado, isto é, o objeto submetido às forças operacionais criadas pelos N órgãos terminais no ponto operacional. Williams e Khatib (1993) propuseram um modelo físico para as forças e momentos internos que aparecem na manipulação multimanual. Este modelo é baseado na ligação virtual entre os pontos de contato e foi aplicado com sucesso a um sistema composto por

dois robôs PUMA 560 usando o modelo do objeto aumentado.

Khatib et al. (1996) usaram o conceito de “objeto aumentado” e de “ligações virtuais” para implementar um controle descentralizado entre vários manipuladores móveis. O sistema foi capaz de realizar tarefas complexas como apagar um quadro-negro e deslocar grandes objetos.

Uchiyama e Dauchez (1988) introduziram o conceito de controle simétrico aplicado a situações em que dois manipuladores seguram um objeto firmemente. O resultado de suas análises foram quatro variáveis que descrevem a manipulação: as posições e orientações relativas e absolutas. Enquanto as variáveis relativas representam o movimento de um braço em relação ao outro, as variáveis absolutas descrevem a configuração no espaço Cartesiano do objeto manipulado. Alguns autores tomaram o caminho inverso, definindo diretamente essas quatro variáveis, originando o “espaço de cooperação” (Chiacchio, Chiaverini e Siciliano, 1996). Neste espaço, relaxa-se a hipótese do objeto firmemente preso pelos órgãos terminais. Assim, o controle pode ser aplicado a objetos flexíveis ou à coordenação entre os dois braços. Contudo, caso uma manipulação com contato venha a ocorrer, é necessário o controle de força para que haja um bom desempenho na manipulação. Adorno, Fraisse e Druon (2010) propuseram uma generalização do espaço de cooperação para o domínio dos quatérnios duais, resultando em uma representação mais compacta e mais tratável do ponto

de vista matemático; esse novo formalismo ficou conhecido como espaço dual de cooperação. Além disso, os autores desenvolveram diferentes primitivas de controle de forma a facilitar a definição de tarefas de manipulação bimanual.

Connolly e Pfeiffer (1994) usaram interpolação de quatérnios duais normalizados para gerar um caminho entre dois pontos respeitando as restrições da cadeia cinemática gerada pelos dois braços. Além disso, eles realizaram controle de força usando o conceito do controle externo (Schutter e Brussel, 1988) por meio de uma aproximação da derivada parcial dos quatérnios duais.

Dooley e McCarthy (1993) introduziram o conceito de “espaço-imagem operacional”. Para tal, o espaço operacional de Khatib (1988) para múltiplos manipuladores foi representado num subespaço do espaço de quatérnios duais, o “espaço imagem”. Essa representação foi usada para realizar uma análise geométrica das trajetórias dos robôs envolvidos na cooperação.

Tinos e Terra (2002) apresentaram uma estratégia interessante para controlar manipuladores cooperativos com juntas passivas. Assumindo um objeto rígido firmemente preso aos órgãos terminais dos manipuladores e considerando as restrições cinemáticas do sistema, Tinos e Terra participaram as juntas dos robôs em conjuntos de juntas atuadas e juntas passivas. Usando esses conjuntos, eles encontraram o Jacobiano que relaciona a velocidade do objeto e a velocidade das juntas atuadas. Por último, eles propuseram, usando o modelo dinâmico do robô, um controlador capaz de realizar tanto o controle de movimento quanto o controle das forças internas, levando em consideração as juntas passivas. No entanto, eles não resolveram o problema do controle das forças externas.

Desviando das técnicas baseadas na teoria de controle, Gharbi, Cortés e Siméon (2008) desenvolveram um algoritmo de planejamento de movimento baseado em um PRM (do inglês, *Probabilistic Roadmaps*) multi-camadas para realizar manipulação bimanual. O método leva em consideração as singularidades cinemáticas, de forma que o braço é reconfigurado automaticamente de tal sorte a realizar movimentos complexos enquanto obstáculos são desviados. No entanto, o método requer um modelo preciso do ambiente para que ele possa realizar detecção de colisões, além de não ser adequado para aplicações em tempo real que envolvam movimentos reativos. Por outro lado, este tipo de técnica pode ser bem útil para pré-calcular movimentos complexos realizáveis no espaço de trabalho, mas gerando as trajetórias no espaço das juntas do robô. Dessa forma, o método pode complementar os métodos baseados em controle de baixo nível das juntas robóticas.

Este artigo propõe a generalização do espaço dual de cooperação proposto por Adorno, Fraise e

Druon (2010) para um número arbitrário de robôs manipuladores. Esta generalização leva em consideração os modelos cinemáticos cooperativos direto e inverso. No modelo direto, as variáveis relativas e absoluta são determinadas a partir das configurações dos manipuladores. No modelo inverso, as configurações dos órgãos terminais dos manipuladores são determinadas a partir das variáveis relativas e absoluta. Tipicamente, a tarefa é definida utilizando-se as variáveis cooperativas e então o modelo cinemático cooperativo inverso é utilizado para se obter as referências que serão utilizadas no controle cinemático descentralizado dos manipuladores.

A vantagem de tal generalização está no fato de que manipulações complexas envolvendo mais de dois agentes podem ser realizadas, como, por exemplo, no caso do transporte de objetos volumosos. Além disso, o método poderia ser aplicado à manipulação fina envolvendo mãos robóticas que possuem múltiplos dedos, ou ainda à interação humano-robô. Neste último caso, os robôs participantes da manipulação conjunta levariam em consideração a postura dos braços do humano de forma a adaptarem a manipulação.

O artigo está organizado da seguinte forma: a próxima seção faz uma breve revisão de quatérnios duais e de controle cinemático utilizando-se como referência os quatérnios duais unitários; a seção 3 faz uma revisão do espaço dual de cooperação para o caso de uma manipulação/coordenação envolvendo apenas dois braços e a seção 4 propõe a generalização deste formalismo para um número arbitrário de braços; a seção 5 apresenta os resultados da simulação de quatro robôs Kuka LWR que cooperam no deslocamento de um objeto; por último, a seção 6 encerra o artigo com as conclusões.

2 Controle cinemático de robôs manipuladores usando quatérnios duais

Um quatérnio \mathbf{h} consiste em uma componente real adicionada de uma componente imaginária envolvendo as três unidades quaterniônicas $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$, ou seja, $\mathbf{h} = a + b\hat{i} + c\hat{j} + d\hat{k}$, onde $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $\hat{i}^2 = \hat{j}^2 = \hat{k}^2 = -1$ e $\hat{i}\hat{j}\hat{k} = -1$. Uma rotação \mathbf{r} , composta pelo ângulo de rotação ϕ em torno do eixo $\mathbf{n} = n_x\hat{i} + n_y\hat{j} + n_z\hat{k}$, é dada pelo quatérnio unitário $\mathbf{r} = \cos(\phi/2) + \sin(\phi/2)\mathbf{n}$. Uma translação \mathbf{p} é representada por um quatérnio puro, ou seja, um quatérnio cuja parte real é igual a zero. Logo, $\mathbf{p} = p_x\hat{i} + p_y\hat{j} + p_z\hat{k}$.

O quatérnio dual unitário

$$\underline{\mathbf{x}} = \mathbf{r} + \varepsilon \frac{1}{2} \mathbf{p} \mathbf{r}$$

representa um movimento rígido composto por uma translação \mathbf{p} seguida de uma rotação \mathbf{r} , onde

ε é a unidade dual de Clifford (Adorno, 2011). Assim, $\underline{\mathbf{x}}$ representa a postura de um corpo rígido no espaço dos quatérnios duais.

A parte primária de $\underline{\mathbf{x}}$ corresponde aos termos que não são multiplicados pela unidade dual ε , enquanto a parte dual corresponde aos termos que são multiplicados por ε . Elas podem ser extraídas por meio de dois operadores, por exemplo:

$$\begin{aligned}\mathcal{P}(\underline{\mathbf{x}}) &= \mathbf{r} \\ \mathcal{D}(\underline{\mathbf{x}}) &= \frac{1}{2}\mathbf{p}\mathbf{r}.\end{aligned}$$

Definição 1. O conjugado $\underline{\mathbf{x}}^*$ é dado por

$$\underline{\mathbf{x}}^* = \mathbf{r}^* + \varepsilon\frac{1}{2}\mathbf{r}^*\mathbf{p}^*.$$

Definição 2. O operador vec realiza o mapeamento injetor $\text{vec} : \mathcal{H} \rightarrow \mathbb{R}^8$, ou seja,

$$\text{vec } \underline{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_8 \end{bmatrix},$$

no qual $x_1 \dots x_8$ são os coeficientes de $\underline{\mathbf{x}}$ e \mathcal{H} representa o conjunto dos quatérnios duais.

Quando utilizado para representar o modelo cinemático direto de um robô manipulador, o quatérnio dual $\underline{\mathbf{x}}$ é uma função da posição angular das juntas do robô, ou seja,

$$\underline{\mathbf{x}} = \underline{\mathbf{f}}(\boldsymbol{\theta}), \quad (1)$$

onde $\boldsymbol{\theta}$ é o vetor n -dimensional correspondente às juntas do robô e $\underline{\mathbf{f}} : \mathbb{T}^n \rightarrow \mathcal{H}$ é a função que faz o mapeamento entre o espaço toroidal das juntas e o quatérnio dual que representa a postura do órgão terminal do robô (Adorno, 2011). O modelo cinemático diferencial do robô é dado por

$$\text{vec } \dot{\underline{\mathbf{x}}} = \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\theta}},$$

onde \mathbf{J} é a matriz Jacobiana analítica. Uma metodologia para encontrar o Jacobiano analítico de qualquer robô serial partindo do modelo cinemático direto no espaço de quatérnios duais pode ser encontrado em Adorno (2011).

Robôs manipuladores possuem acionamento nas juntas, mas tipicamente a tarefa é definida no espaço que representa o órgão terminal. Assim, assumindo que o robô já possua controladores de velocidade nas juntas, o objetivo do controle cinemático é fazer com que a postura medida $\underline{\mathbf{x}}_m$ do órgão terminal convirja para a postura desejada $\underline{\mathbf{x}}_d$, ou seja,

$$(\underline{\mathbf{x}}_d - \underline{\mathbf{x}}_m) \rightarrow 0. \quad (2)$$

Uma lei de controle assintoticamente estável que cumpre com a função objetivo (2) é dada por (Pham et al., 2010):

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{J}^+ \lambda \text{vec}(\underline{\mathbf{x}}_d - \underline{\mathbf{x}}_m), \quad (3)$$

em que \mathbf{J}^+ é a pseudoinversa de Moonre-Penrose da matriz \mathbf{J} e λ é um ganho escalar positivo.

O restante da seção será dedicado à operação de exponenciação de quatérnios duais unitários e sua interpretação geométrica, dada a importância que essa operação tem na descrição do espaço dual de cooperação.

Definição 3. Seja $\underline{\mathbf{x}} = \mathbf{r} + \varepsilon(1/2)\mathbf{p}\mathbf{r}$ um quatérnio dual no qual $\mathbf{r} = \cos(\phi/2) + \sin(\phi/2)\mathbf{n}$, $\mathbf{n} = \hat{i}n_x + \hat{j}n_y + \hat{k}n_z$ e $\mathbf{p} = \hat{i}p_x + \hat{j}p_y + \hat{k}p_z$. O logaritmo de $\underline{\mathbf{x}}$ é (Han, Wei e Li, 2008):

$$\log \underline{\mathbf{x}} = \frac{\phi\mathbf{n}}{2} + \varepsilon\frac{\mathbf{p}}{2}.$$

O logaritmo de um quatérnio dual unitário é um quatérnio dual, porém não unitário, e com parte real igual a zero.

Definição 4. Seja $\underline{\mathbf{g}} \in \mathcal{H}$ tal que $\text{Re}(\underline{\mathbf{g}}) = 0$. A função exponencial de $\underline{\mathbf{g}}$ é (Adorno, 2011):

$$\exp \underline{\mathbf{g}} = \mathcal{P}(\exp \underline{\mathbf{g}}) + \varepsilon \mathcal{D}(\underline{\mathbf{g}}) \mathcal{P}(\exp \underline{\mathbf{g}}), \quad (4)$$

onde (Kim, Kim e Shin, 1996)

$$\mathcal{P}(\exp \underline{\mathbf{g}}) = \begin{cases} \cos \|\mathcal{P}(\underline{\mathbf{g}})\| + \frac{\sin \|\mathcal{P}(\underline{\mathbf{g}})\|}{\|\mathcal{P}(\underline{\mathbf{g}})\|} \mathcal{P}(\underline{\mathbf{g}}) & \text{se } \|\mathcal{P}(\underline{\mathbf{g}})\| \neq 0 \\ 1 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Seja $\underline{\mathbf{x}}$ um quatérnio dual unitário tal que $\underline{\mathbf{x}} = \mathbf{r} + \varepsilon(1/2)\mathbf{p}\mathbf{r}$. A exponenciação $\underline{\mathbf{x}}^{\{a\}}$, onde $a \in \mathbb{R}$, pode ser definida como

$$\underline{\mathbf{x}}^{\{a\}} = \exp(a \log \underline{\mathbf{x}}). \quad (5)$$

Para obter-se a interpretação geométrica de (5), primeiramente é necessário compreender o significado de $a \log \underline{\mathbf{x}}$:

$$a \log \underline{\mathbf{x}} = a\frac{\phi\mathbf{n}}{2} + \varepsilon a\frac{\mathbf{p}}{2}.$$

Nota-se que a multiplicação de um escalar pelo logaritmo de um quatérnio dual unitário não altera nem o eixo de rotação, nem a direção da translação, mas apenas a magnitude do ângulo de rotação e a magnitude da translação. Por exemplo, assumindo $a = 1/2$, (5) provê o movimento rígido correspondente ao sistema de coordenadas intermediário (dentro do quadrado tracejado) representado na figura 1.

Exemplo 1. Considere dois sistemas de coordenadas \mathcal{F}_a e \mathcal{F}_b , mostrados na figura 2. Assumindo um sistema de coordenadas de referência \mathcal{F} , os quatérnios duais que representam o movimento rígido de \mathcal{F} a \mathcal{F}_a e de \mathcal{F} a \mathcal{F}_b são dados por $\underline{\mathbf{x}}_a$ e $\underline{\mathbf{x}}_b$, respectivamente. A relação entre \mathcal{F}_a e \mathcal{F}_b pode ser obtida fazendo-se $\underline{\mathbf{x}}_b^a = \underline{\mathbf{x}}_a^* \underline{\mathbf{x}}_b$. Note que $\underline{\mathbf{x}}_b^a$ atua como a *diferença espacial* entre $\underline{\mathbf{x}}_a$ e $\underline{\mathbf{x}}_b$, ou seja, uma diferença que leva em consideração não apenas a posição, mas também a rotação.

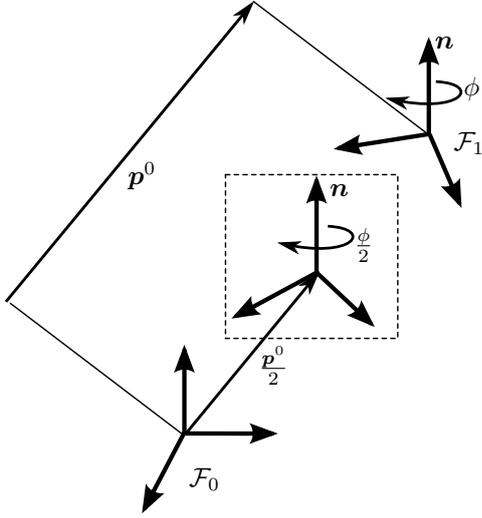


Figura 1: Dado o sistema de coordenadas de referência \mathcal{F}_0 e a transformação $\underline{\mathbf{x}}_1^0$ que resulta no sistema de coordenadas \mathcal{F}_1 , a transformação $(\underline{\mathbf{x}}_1^0)^{\{1/2\}}$ representa metade da translação e metade do ângulo de rotação correspondentes a $\underline{\mathbf{x}}_1^0$, resultando no sistema de coordenadas que encontra-se dentro do retângulo tracejado.

Dessa forma, o sistema de coordenadas \mathcal{F}_k pode ser descrito pela transformação $\underline{\mathbf{x}}_k = \underline{\mathbf{x}}_a (\underline{\mathbf{x}}_b^a)^{\{k\}}$, $k \in [0, 1]$. A interpretação geométrica pode ser resumida da seguinte maneira: todo movimento rígido é descrito pela direção do movimento e pelo módulo do movimento realizado. No caso da translação, a direção do movimento entre duas posições \mathbf{p}_a (origem) e \mathbf{p}_b (destino) é dada por $(\mathbf{p}_b - \mathbf{p}_a) / \|\mathbf{p}_b - \mathbf{p}_a\|$ e o módulo do movimento é dado justamente por $\|\mathbf{p}_b - \mathbf{p}_a\|$. No caso da rotação, a direção do movimento de rotação entre \mathcal{F}_a e \mathcal{F}_b é dada pelo eixo de rotação \mathbf{n}_b^a e o módulo é dado pelo ângulo de rotação ϕ_b^a .

De fato, pode-se notar que $\underline{\mathbf{x}}_a (\underline{\mathbf{x}}_b^a)^{\{k\}}$, com $k \in [0, 1]$, resulta em um sistema de coordenadas \mathcal{F}_k cuja posição é dada por $\mathbf{p}_k = \mathbf{p}_a + k(\mathbf{p}_b - \mathbf{p}_a)$ e rotação $\mathbf{r}_k = \mathbf{r}_a (\mathbf{r}_b^a)^{\{k\}}$ em que

$$(\mathbf{r}_b^a)^{\{k\}} = \cos\left(\frac{k\phi_b^a}{2}\right) + \mathbf{n}_b^a \sin\left(\frac{k\phi_b^a}{2}\right).$$

3 Espaço dual de cooperação entre dois manipuladores

O espaço dual de cooperação, proposto por Adorno, Fraisse e Druon (2010), é uma variante do espaço de cooperação (Chiacchio, Chiaverini e Siciliano, 1996) e do controle simétrico de robôs que realizam manipulação bimanual (Uchiyama e Dauchez, 1988). Considere um sistema robótico equipado com dois braços e que a postura de cada órgão terminal é representada pelos quatérnios duais $\underline{\mathbf{x}}_1$ e $\underline{\mathbf{x}}_2$, como ilustrado na figura 3. A postura

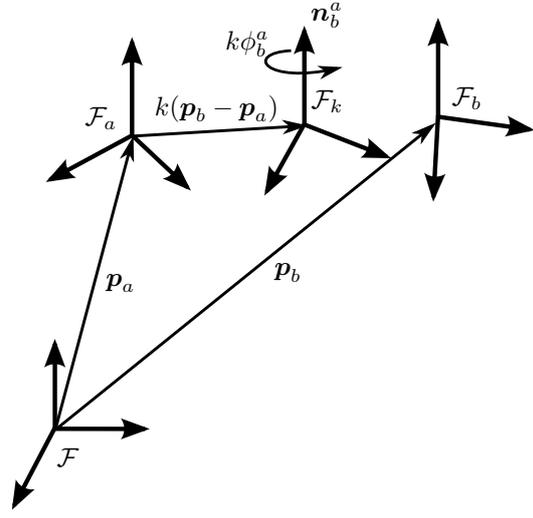


Figura 2: Interpretação geométrica da exponenciação de quatérnios duais unitários.

relativa determina a configuração da mão direita em relação à mão esquerda, enquanto a postura absoluta corresponde a um sistema de coordenadas localizado entre os dois braços.

As posturas relativa $\underline{\mathbf{x}}_r$ e absoluta $\underline{\mathbf{x}}_a$ são dadas por

$$\underline{\mathbf{x}}_r \triangleq \underline{\mathbf{x}}_1^* \underline{\mathbf{x}}_2, \quad (6)$$

$$\underline{\mathbf{x}}_a \triangleq \underline{\mathbf{x}}_1 (\underline{\mathbf{x}}_r)^{\{1/2\}}. \quad (7)$$

Alternativamente, a configuração relativa pode ser escrita explicitamente como $\underline{\mathbf{x}}_r = \underline{\mathbf{x}}_2^1$.

Os quatérnios duais $\underline{\mathbf{x}}_r$ e $\underline{\mathbf{x}}_a$ são chamados de variáveis cooperativas e descrevem completamente a coordenação entre os dois braços do ponto de vista cinemático (Adorno, Fraisse e Druon, 2010). A vantagem de descrever a manipulação ou coordenação bimanual por meio dessas duas variáveis é que elas já levam em consideração as restrições cinemáticas impostas pela cooperação entre os dois manipuladores. Por exemplo, quando dois manipuladores estão rigidamente ligados a um objeto volumoso e o objetivo é movimentá-lo no espaço de trabalho, tipicamente $\underline{\mathbf{x}}_r$ tem que ser mantido constante de forma a evitar qualquer esforço interno no objeto, e $\underline{\mathbf{x}}_a$ é diretamente relacionado com a postura do objeto. Se o objeto deve ser deformado, basta mudar os parâmetros de $\underline{\mathbf{x}}_r$.

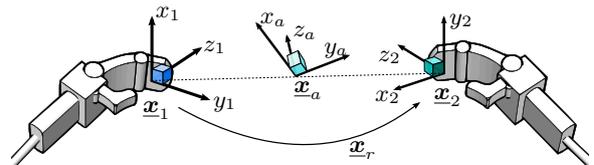


Figura 3: Espaço dual de cooperação: as posturas absoluta $\underline{\mathbf{x}}_a$ e relativa $\underline{\mathbf{x}}_r$ descrevem por completo a tarefa de manipulação do ponto de vista cinemático.

4 Generalização do espaço dual de cooperação para N manipuladores

Conforme apresentado na seção anterior, a coordenação entre dois manipuladores pode ser descrita por meio da configuração relativa entre os dois, dada pelo quatérnio dual $\underline{\mathbf{x}}_r$, e por meio de uma configuração absoluta $\underline{\mathbf{x}}_a$, que corresponde à “metade do movimento” entre um braço e outro. Essa ideia pode ser estendida para um número arbitrário de manipuladores, conforme ilustrado na figura 4.

4.1 Modelo cinemático cooperativo direto

Considere um sistema com k manipuladores, cujas posições dos órgãos terminais sejam dadas por \mathbf{p}_k . O centro geométrico dos órgãos terminais é dado por

$$\bar{\mathbf{p}}_k = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \mathbf{p}_i. \quad (8)$$

Alternativamente, (8) também pode ser escrita recursivamente:

$$\bar{\mathbf{p}}_k = \bar{\mathbf{p}}_{k-1} + \frac{\mathbf{p}_k - \bar{\mathbf{p}}_{k-1}}{k}, \quad (9)$$

uma vez que (8) pode ser rearranjada em

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{p}}_k &= \frac{1}{k} \left(\mathbf{p}_k + \sum_{i=1}^{k-1} \mathbf{p}_i \right) \\ &= \frac{\mathbf{p}_k}{k} + \frac{k-1}{k} \left(\frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^{k-1} \mathbf{p}_i \right) \\ &= \frac{\mathbf{p}_k}{k} + \frac{k-1}{k} \bar{\mathbf{p}}_{k-1} \\ &= \bar{\mathbf{p}}_{k-1} + \frac{\mathbf{p}_k - \bar{\mathbf{p}}_{k-1}}{k}. \end{aligned}$$

Porém, conforme visto no exemplo 1, a operação geométrica no domínio dos quatérnios duais que é equivalente a (9) é dada por

$$\bar{\underline{\mathbf{x}}}_k = \bar{\underline{\mathbf{x}}}_{k-1} (\underline{\mathbf{x}}_{k-1}^* \underline{\mathbf{x}}_k)^{\{1/k\}}. \quad (10)$$

A generalização do espaço dual de cooperação apresentado na seção 3 é dada de acordo com a definição seguinte.

Definição 5. Considere um conjunto de n manipuladores, cada um com modelo cinemático direto dado por $\underline{\mathbf{x}}_k = \underline{\mathbf{f}}_k(\boldsymbol{\theta}_k)$, $k = 1, \dots, n$, em que $\underline{\mathbf{x}}_k$ e $\boldsymbol{\theta}_k$ são o quatérnio dual que representa a postura do órgão terminal e o vetor com os ângulos das juntas do k -ésimo manipulador, respectivamente. As $n-1$ posições duais relativas são dadas por $\underline{\mathbf{x}}_{k+1}^k$, $k = 1, \dots, n-1$ e a posição dual absoluta é calculada recursivamente a partir de (10), para $k = 1, \dots, n$ com $\bar{\underline{\mathbf{x}}}_0 = 1$ e $\underline{\mathbf{x}}_a = \bar{\underline{\mathbf{x}}}_n$. As variáveis cooperativas são dadas por

$$\{\underline{\mathbf{x}}_a, \underline{\mathbf{x}}_2^1, \dots, \underline{\mathbf{x}}_n^{n-1}\}. \quad (11)$$

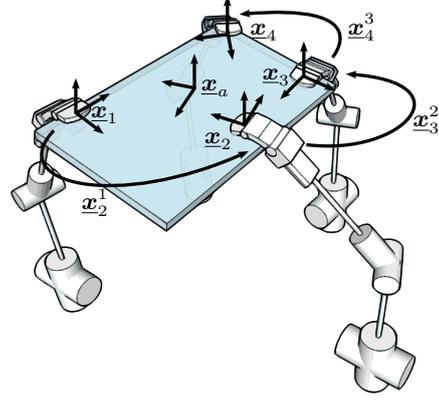


Figura 4: Exemplo de manipulação cooperativa utilizando quatro manipuladores. A tarefa pode ser completamente descrita pelas três configurações relativas $\underline{\mathbf{x}}_2^1$, $\underline{\mathbf{x}}_3^2$, $\underline{\mathbf{x}}_4^3$ em conjunto com a configuração absoluta $\underline{\mathbf{x}}_a$.

4.2 Modelo cinemático cooperativo inverso

Considere um sistema cooperativo envolvendo n robôs manipuladores. Conforme visto na seção 4.1, este sistema pode ser completamente descrito pelas $n-1$ configurações relativas $\underline{\mathbf{x}}_{k+1}^k$, $k = 1, \dots, n-1$ entre os manipuladores e a configuração absoluta $\underline{\mathbf{x}}_a = \bar{\underline{\mathbf{x}}}_n$. O modelo cinemático cooperativo inverso, ou seja, o modelo que estabelece as configurações $\underline{\mathbf{x}}_k$ ($k = 1, \dots, n$) dos n órgãos terminais dos manipuladores a partir das variáveis cooperativas $\{\underline{\mathbf{x}}_a, \underline{\mathbf{x}}_2^1, \dots, \underline{\mathbf{x}}_n^{n-1}\}$ é dado por

$$\underline{\mathbf{x}}_1 = \underline{\mathbf{x}}_a \underline{\mathbf{y}}_n^*, \quad (12)$$

$$\underline{\mathbf{x}}_{k+1} = \underline{\mathbf{x}}_k \underline{\mathbf{x}}_{k+1}^k, \quad k = 1, \dots, n-1 \quad (13)$$

em que $\underline{\mathbf{y}}_n$ é calculado a partir das equações recursivas, para $k = 2, \dots, n$:

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{x}}_k^1 &= \underline{\mathbf{x}}_{k-1}^1 \underline{\mathbf{x}}_k^{k-1} \\ \underline{\mathbf{y}}_k &= \underline{\mathbf{y}}_{k-1} \left(\underline{\mathbf{y}}_{k-1}^* \underline{\mathbf{x}}_k^1 \right)^{\{1/k\}}, \quad \text{para } k > 1 \end{aligned} \quad (14)$$

e $\underline{\mathbf{x}}_1^1 = \underline{\mathbf{y}}_1 = 1$.

Demonstração. A variável $\underline{\mathbf{y}}_k$ é proveniente da recursão de (10), ou seja,

$$\begin{aligned} \bar{\underline{\mathbf{x}}}_1 &= \underline{\mathbf{x}}_1 \\ \bar{\underline{\mathbf{x}}}_2 &= \bar{\underline{\mathbf{x}}}_1 (\bar{\underline{\mathbf{x}}}_1^* \underline{\mathbf{x}}_2)^{\{1/2\}} = \underline{\mathbf{x}}_1 (\underline{\mathbf{x}}_2^1)^{\{1/2\}} \\ &= \underline{\mathbf{x}}_1 \underline{\mathbf{y}}_2 \\ \bar{\underline{\mathbf{x}}}_3 &= \bar{\underline{\mathbf{x}}}_2 (\bar{\underline{\mathbf{x}}}_2^* \underline{\mathbf{x}}_3)^{\{1/3\}} = \underline{\mathbf{x}}_1 \underline{\mathbf{y}}_2 \left(\underline{\mathbf{y}}_2^* \underline{\mathbf{x}}_3^2 \right)^{\{1/3\}} \\ &= \underline{\mathbf{x}}_1 \underline{\mathbf{y}}_3 \\ &\vdots \\ \bar{\underline{\mathbf{x}}}_k &= \bar{\underline{\mathbf{x}}}_{k-1} (\bar{\underline{\mathbf{x}}}_{k-1}^* \underline{\mathbf{x}}_k)^{\{1/k\}} = \underline{\mathbf{x}}_1 \underline{\mathbf{y}}_{k-1} \left(\underline{\mathbf{y}}_{k-1}^* \underline{\mathbf{x}}_k^k \right)^{\{1/k\}} \\ &= \underline{\mathbf{x}}_1 \underline{\mathbf{y}}_k. \end{aligned}$$

□

É importante notar que (14) é calculado a partir das variáveis relativas, que são conhecidas. A partir do valor \underline{y}_n obtido, (12) é calculada diretamente, pois a posição dual absoluta \underline{x}_a também é conhecida. Finalmente, as posturas de todos os manipuladores são calculadas a partir de (13).

5 Resultados de simulação

Para validar o método proposto na seção 4, realizou-se uma simulação em Matlab[®] em conjunto com a Robotics Toolbox (Corke, 1996). Utilizou-se o modelo cinemático do robô Kuka LWR, um robô com sete graus de liberdade, cujos parâmetros Denavit-Hartenberg podem ser encontrados no trabalho de Giordano (2007). Além disso, apenas a cinemática do robô é considerada, ou seja, a dinâmica do manipulador é desprezada por completo, assim como possíveis distúrbios. Estas restrições não são muito severas se for considerado que a velocidade do robô é baixa.

As bases dos robôs foram colocadas nos vértices de um quadrado de 0.8 m de lado e a tarefa consistiu em mover um objeto retangular dentro do espaço de trabalho cooperativo. A configuração inicial do sistema foi escolhida arbitrariamente de acordo com a figura 5a. Uma vez que as configurações dos órgãos terminais podem ser encontradas por meio do modelo cinemático direto, dado por (1), as variáveis cooperativas relacionadas com o sistema na condição inicial apresentada na figura 5a são encontradas utilizando-se o modelo cinemático cooperativo direto representado por (11), ou seja, $\{\underline{x}_a(0), \underline{x}_2^1(0), \underline{x}_3^2(0), \underline{x}_4^3(0)\}$.

Assumindo que tipicamente o objeto a ser manipulado é rígido, a configuração relativa entre os manipuladores deve ser mantida constante ao longo de toda a manipulação de forma a evitar deformações ou estresses internos no objeto. Consequentemente, os valores desejados das posições duais relativas foram mantidos constantes, ou seja, $\underline{x}_2^1(t) = \underline{x}_2^1(0)$, $\underline{x}_3^2(t) = \underline{x}_3^2(0)$, $\underline{x}_4^3(t) = \underline{x}_4^3(0)$, para $t > 0$. Já a posição dual absoluta foi definida de tal forma a mover o objeto utilizando-se como referência o sistema de coordenadas global, ou seja, foi definido um deslocamento de 20 cm na direção do eixo x , um deslocamento de 30 cm na direção negativa do eixo z , terminando com uma rotação de $\pi/4$ em torno do eixo y do sistema de coordenadas global. Essa transformação é dada por $\underline{x}_\delta = \underline{p}_\delta \underline{r}_\delta$, onde

$$\underline{p}_\delta = 1 + \varepsilon \frac{1}{2} (0.2\hat{i} - 0.3\hat{k}),$$

$$\underline{r}_\delta = \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) + \hat{j} \sin\left(\frac{\pi}{8}\right).$$

Porém, como a transformação \underline{x}_δ utiliza como referência o sistema de coordenadas global, a posição dual absoluta desejada vai ser dada por

$$\underline{x}_{ad} = \underline{x}_a(0) \otimes \underline{x}_\delta,$$

em que \otimes indica a multiplicação decomposicional entre quatérnios duais (Adorno, 2011).

Uma vez definida a tarefa, o modelo cinemático cooperativo inverso, dado por (12) e (13), é utilizado para encontrar os valores das posturas desejadas para cada manipulador. De posse desses valores, o controle é feito de maneira descentralizada utilizando-se (3). A figura 5 mostra a evolução do sistema durante a manipulação cooperativa.

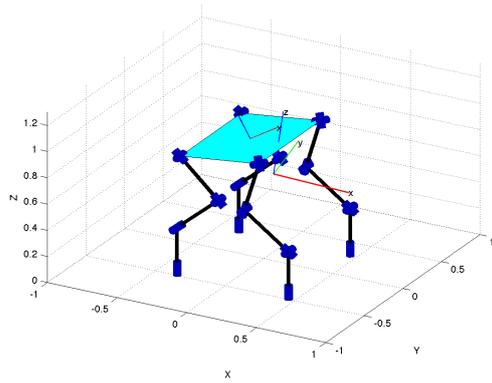
A figura 6 mostra a norma Euclidiana do erro da posição dual absoluta, ou seja, $\|\text{vec}(\underline{x}_{ad} - \underline{x}_{am})\|$, em função do número de iterações. Conforme esperado, este erro tende a zero com o aumento do número de iterações do algoritmo de controle cinemático.

A figura 7 mostra a norma Euclidiana dos erros das posições duais relativas entre os braços. Inicialmente, esse erro é zero para todas as variáveis, pois os valores desejados ao longo de toda a manipulação são justamente os valores iniciais (de forma a evitar deformação do objeto ou esforços internos). Porém, nota-se que este erro cresce rapidamente nos instantes iniciais da manipulação e depois volta a convergir para zero. Este sobrepasso depende do ganho λ da lei de controle (3) aplicada aos quatro manipuladores. Isso ocorre porque a dinâmica do controle de cada robô afeta a relação geométrica entre eles, consequentemente ocasionando em perturbações nas posições duais relativas.

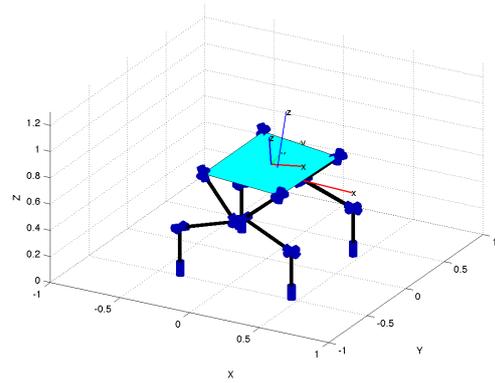
Tipicamente um valor maior de λ diminui o tempo de convergência do algoritmo de controle cinemático, mas ocasiona em sobrepassos maiores na resposta dos controladores descentralizados, o que resulta em um maior sobrepasso nas variáveis relativas. Isso pode ser evitado por meio de controladores cinemáticos com melhor desempenho ou ainda, no caso da manipulação de objetos rígidos, por meio de controle de força que ajuste a postura dos manipuladores de forma a minimizar os esforços internos aplicado ao objeto.

6 Conclusão

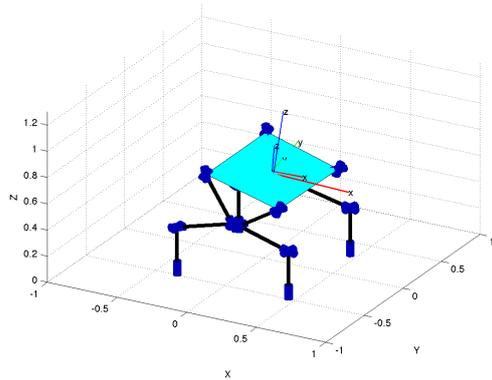
Este artigo apresentou um novo método para a descrição e o controle cinemático da coordenação de um número arbitrário de manipuladores robóticos. Este método, que consiste em uma generalização do espaço dual de cooperação para manipulação bimanual, descreve a manipulação em termos de variáveis relativas e uma variável absoluta. As variáveis relativas são quatérnios duais que representam as configurações relativas entre os órgãos terminais dos manipuladores. A variável absoluta é o quatérnio dual que representa um sistema de coordenadas que depende da configuração de todo o sistema. Tipicamente, este sistema de coordenadas localiza-se no objeto manipulado. A vantagem de se utilizar tal descrição é que a ma-



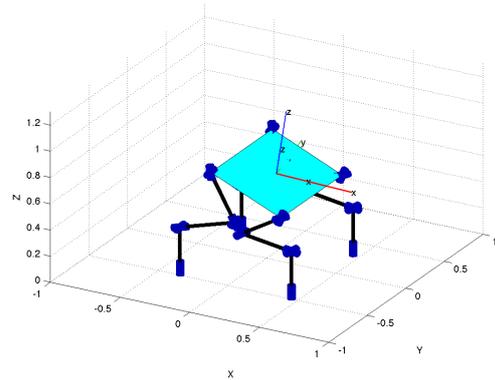
(a) Configuração inicial do sistema cooperativo.



(b) Sistema após 25 iterações.



(c) Sistema após 50 iterações.



(d) Após 111 iterações, o sistema converge.

Figura 5: Quatro robôs trabalhando em cooperação na tarefa de mover um objeto retangular. O sistema de coordenadas, representado em menor escala, localizado na superfície do objeto corresponde à posição dual absoluta. A referência desejada \underline{x}_{ad} corresponde ao sistema de coordenadas que está representado em maior escala.

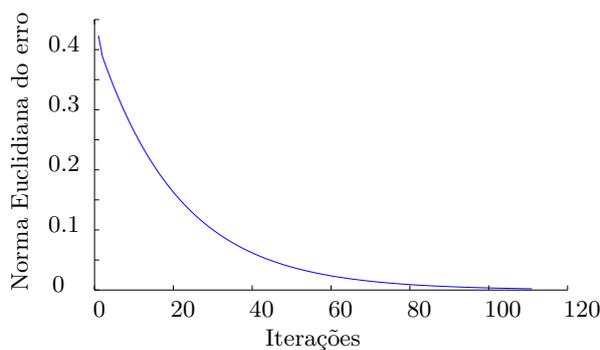


Figura 6: Norma Euclidiana do erro da posição dual absoluta em função do número de iterações.

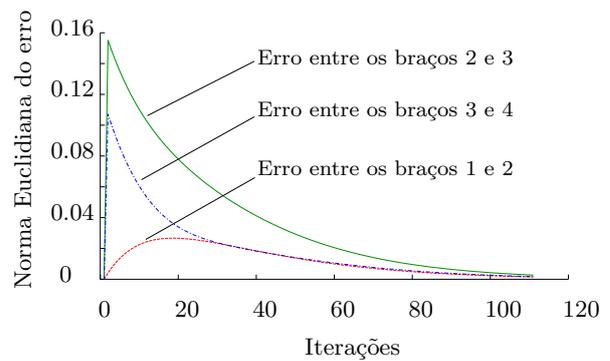


Figura 7: Norma Euclidiana do erro das posições duais relativas entre cada par de braços.

nipulação é descrita com respeito ao objeto, e não com respeito aos manipuladores. Além disso, as variáveis relativas permitem o controle da postura de um manipulador em relação a outro, além de permitir, de maneira indireta, o controle dos esforços internos aplicados ao objeto (forças que não geram movimento do objeto, como compressão). Por exemplo, assumindo-se um modelo perfeito

do objeto, assim como conhecimento completo de como os robôs estão acoplados a ele, seria possível realizar a sua manipulação sem que houvesse a ocorrência de esforços internos. Para tanto, bastaria manter as configurações relativas constantes ao longo de toda a manipulação. Porém, como sempre existem incertezas do modelo, assim como incertezas associadas ao controle, esforços internos tendem a aparecer, e então um controle de

força deve ser aplicado para minimizar esses esforços internos. Porém, o controle de força está fora do escopo deste artigo e deverá ser tratado em trabalhos futuros.

Além disso, como foi desenvolvido o modelo cinemático cooperativo inverso, os manipuladores podem ser controlados de maneira descentralizada a partir das referências que foram definidas em termos das variáveis relativas e absolutas. Este controle descentralizado pode ser mais viável do que o controle centralizado, pois cada robô utiliza seus próprios controladores cinemáticos para realizar a tarefa e precisa ter acesso em tempo real apenas os seus estados internos, enquanto no controle centralizado seria necessário que o controlador tivesse acesso em tempo real ao estado internos de todos os robôs simultaneamente, aumentando a complexidade do sistema.

Agradecimentos

Este trabalho foi parcialmente financiado pela Pró-Reitoria de Pesquisa da Universidade Federal de Minas Gerais e pelo CNPq.

Referências

- Adorno, Bruno Vilhena (2011). “Two-arm Manipulation: From Manipulators to Enhanced Human-Robot Collaboration”. PhD thesis. Université Montpellier 2, p. 163.
- Adorno, Bruno Vilhena, Philippe Fraisse e Sébastien Druon (out. de 2010). “Dual position control strategies using the cooperative dual task-space framework”. Em: *2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Taipei: IEEE, pp. 3955–3960. ISBN: 978-1-4244-6674-0.
- Caccavale, Fabrizio e Masaru Uchiyama (2008). “Handbook of Robotics”. Em: ed. por Bruno Siciliano e Oussama Khatib. Springer. Cap. 29. Cooper, pp. 701–718.
- Chiacchio, P, S Chiaverini e Bruno Siciliano (1996). “Direct and Inverse Kinematics for Coordinated Motion Tasks of a Two-Manipulator System”. Em: *J. Dyn. Sys., Meas., Control* 118, pp. 691–697.
- Connolly, Thomas H e Friedrich Pfeiffer (dez. de 1994). “Cooperating manipulator control using dual quaternion coordinates”. Em: *Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control, 1994*. Vol. 3. Lake Buena Vista, FL, USA, pp. 2417–2418.
- Corke, P.I. (mar. de 1996). “A robotics toolbox for MATLAB”. Em: *IEEE Robotics & Automation Magazine* 3.1, pp. 24–32. ISSN: 10709932.
- Dooley, J R e J M McCarthy (maio de 1993). “On the geometric analysis of optimum trajectories for cooperating robots using dual quaternion coordinates”. Em: *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Vol. 1. Dept. of Mech. & Aerosp. Eng., California Univ., Irvine, CA. Atlanta, GA, USA, pp. 1031–1036.
- Gharbi, M, J. Cortés e T. Siméon (2008). “A sampling-based path planner for dual-arm manipulation”. Em: *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*. IEEE, pp. 383–388.
- Giordano, P.R. (2007). “Visual Estimation and Control of Robot Manipulating Systems”. Tese de doutorado. Sapienza - Università di Roma.
- Han, Da-Peng, Qing Wei e Ze-Xiang Li (jul. de 2008). “Kinematic control of free rigid bodies using dual quaternions”. Em: *International Journal of Automation and Computing* 5.3, pp. 319–324. ISSN: 1476-8186.
- Khatib, O et al. (1996). “Decentralized Cooperation between multiple manipulators”. Em: *5th IEEE International Workshop on Robot and Human Communication*. Dept. of Comput. Sci., Stanford Univ., CA. Tsukuba, Japan, pp. 183–188.
- Khatib, Oussama (1988). “Object manipulation in a multi-effector robot system”. Em: *Proceedings of the 4th international symposium on Robotics Research*. Cambridge, MA, USA: MIT Press, pp. 137–144. ISBN: 0-262-02272-9.
- Kim, Myoung-Jun, Myung-Soo Kim e Sung Yong Shin (jan. de 1996). “A Compact Differential Formula for the First Derivative of a Unit Quaternion Curve”. Em: *The Journal of Visualization and Computer Animation* 7.1, pp. 43–57. ISSN: 1049-8907.
- Pham, Hoang-Lan et al. (out. de 2010). “Position and orientation control of robot manipulators using dual quaternion feedback”. Em: *2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Taipei: IEEE, pp. 658–663. ISBN: 978-1-4244-6674-0.
- Schutter, J De e H van Brussel (1988). “Compliant robot motion II. A control approach based on external control loops”. Em: *Int. J. Rob. Res.* 7.4, pp. 18–33. ISSN: 0278-3649.
- Tinos, R. e M.H. Terra (2002). “Control of cooperative manipulators with passive joints”. Em: *American Control Conference, 2002. Proceedings of the 2002*. Vol. 2. IEEE, pp. 1129–1134.
- Uchiyama, M e P Dauchez (1988). “A symmetric hybrid position/force control scheme for the coordination of two robots”. Em: *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 350–356 vol.1.
- Williams, D e O Khatib (1993). “The virtual linkage: a model for internal forces in multi-grasp manipulation”. Em: *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1025–1030 vol.1.